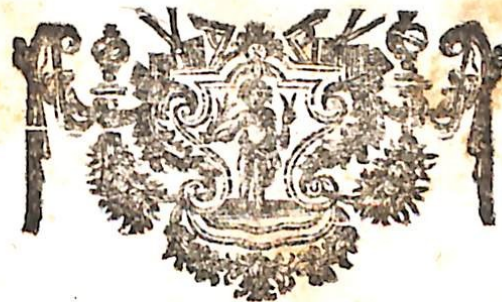


TRATTATO
D' ASTRONOMIA:

T R A T T A T O
D' ASTRONOMIA
D I
VITO CARAVELLI:

T O M O II.



Biblioteca Provinciale
MATERA
et. Stigliano

I N N A P O L I

Nella Stamperia de' RAIMONDI

Con licenza de' Superiori

MDCCLXXXII.

DONO EREDI DI
NICOLA E NICOLETTA GATTINI

GATTINI
T
30/2

INDICE

De' Capi contenuti in questo
Tomo.

LIBRO II.

In cui s'espongono le operazioni fondamentali dell'Astronomia.

CAP.I. Si premette una brieve idea della refrazione della luce colla legge sua fondamentale. pag.1

CAP.II. Si distinguono i luoghi, le distanze dal zenit, e le altezze de' corpi celesti in vere, ideali, e apparenti; e s'insegna il modo di determinare le distanze apparenti dal zenit, e le altezze apparenti de' medesimi corpi. 8

CAP.III. Della teorica della Parallasse de' corpi celesti, dove si sviluppano tutt' i principj teorici per costruire le Tavole delle altezze, che soffrono le altezze de' detti corpi con guardarli dalla superficie, e non dal centro della terra. 21

CAP.

- CAP. IV.** Della teorica della Refrazione astronomica, dove si sviluppano più principj teorici per costruire le Tavole delle alterazioni, che soffrono le altezze de' corpi celesti a cagione della refrazione della luce. 30
- CAP. V.** In cui si sviluppano altri principj teorici relativamente alle refrazioni astronomiche, supposta la luce procedere nell' atmosfera terrestre in linea curva. 40
- CAP. VI.** Della costruzione, e dell' uso della Tavola delle refrazioni mezzane. 68
- CAP. VII.** S' insegnano alcune operazioni astronomiche da premettere a tutte le altre. 79
- CAP. VIII.** De' modi di determinare senza bisogno delle refrazioni l' altezza del polo, le due refrazioni necessarie per calcolare le Tavole delle refrazioni mezzane, e le declinazioni delle stelle fisse. 92
- CAP. IX.** S' insegnano alcune operazioni fondamentali relativamente al Sole da premettere a tutte le altre. 108
- CAP. X.** S' insegna a determinare con esattezza relativamente a qualunque orologio a pendolo, conosciuta l' equabilità del suo moto, coll' aiuto delle altezze uguali del Sole il momento del mezzogiorno, e quanto a sè fatta determinazione ha immediato rapporto. 126
- CAP. XI.** S' insegnano i modi di determinare gli equinozj coll' ascensione retta d' una stella, l' obliquità dell' eclittica, ed i solstizj. 149
- CAP. XII.** S' espongono i modi di poter determinare i tempi, che impiega il semidiametro del

- del Sole in qualunque rivoluzione diurna a traversare il meridiano, qualsivoglia verticale, e l' orizzonte, o qualsivoglia suo parallelo. 165
- CAP. XIII.** Si sciolgono più problemi relativamente al moto annuo del Sole. 176
- CAP. XIV.** S' insegnano più problemi relativamente alle determinazioni delle ascensioni rette, delle declinazioni, delle longitudini, e delle latitudini delle stelle fisse. 188
- CAP. XV.** Della Precessione degli equinozj, e delle determinazioni delle formole generali per calcolare le variazioni, che tale precessione cagiona alle ascensioni rette, e alle declinazioni delle stelle. 199
- CAP. XVI.** Si definiscono l' anno solare, le sue spezie, e l' anno civile, e s' espone il come s' è proceduto per giugnere all' esatta determinazione e delle spezie dell' anno solare, e dell' anno civile, di cui facciamo uso. 217
- CAP. XVII.** S' espone quanto occorre circa la determinazione del tempo, e circa il regolamento degli orologi e per gli usi astronomici, e per gli usi civili. 243
- CAP. XVIII.** In cui s' insegna a calcolare relativamente a qualunque giorno di qualsivoglia anno i tempi de' passaggi de' corpi celesti per qualsivoglia meridiano. 290
- CAP. XIX.** S' insegnano i modi di determinare gli angoli orari de' corpi celesti, gli archi semidiurni, che nelle giornaliere rivoluzioni appaiono descrivere, e i tempi del nascere, e tramontare di essi. 312
- CAP.

CAP.XX. De' modi di calcolare l' ora solare
vera per mezzo d' un' altezza del Sole, o di
qualsia stella. 345

CAP.XXI. S' insegna a calcolare l' altezza
vera, l' azzimutto, e l' angolo parallattico
del Sole, e delle stelle, corrispondenti a qua-
lunque data ora solare. 354



TRATTATO D' ASTRONOMIA.

LIBRO II.

In cui s' espongono le operazio-
ni fondamentali dell' Astrono-
mia.

CAP. I.

*Si premette una breve idea della re-
frazione della luce colla legge sua
fondamentale.*

DEFINIZIONE I.

I. **S**I dice *refrazione della luce* quel pie-
garli, e mutar direzione, che fa
ogni raggio di luce in passare da un mezzo
in un altro di diversa densità.

Tom.II.

A

DE.

DEFINIZIONE II.

Fig. 1. 2. Sieno LM la superficie, che separa due mezzi di densità diverse, AB un raggio di luce, che cade obliquamente sulla superficie LM, BC il raggio refratto in B, ed XY la perpendicolare ad LM, procedente per B; e sia di più AB prolungata in G. Si dicono AB il raggio incidente, BC il raggio refratto, LM la superficie refringente, B il punto dell'incidenza, XY l'asse della refrazione, ABX l'angolo d'inclinazione, CBY l'angolo refratto, e GBC l'angolo della refrazione.

AVVERTIMENTO.

3. Le esperienze hanno fatto conoscere 1°. che ogni raggio di luce in un mezzo uniforme si muove in linea retta; 2°. che in passare un raggio di luce da un mezzo in un altro di diversa densità, qualora vi passa cadendo obliquamente sulla superficie refringente, si refrange, e si refrange più, o meno, secondo che più, o meno è la differenza delle densità de' due mezzi; 3°. che in refrangersi un raggio di luce, s'avvicina all'asse della refrazione, se passa da un mezzo raro al denso; e se ne discosta, se passa da un mezzo denso al raro; 4°. che il raggio refratto procede sempre nel piano istesso, in cui sono

no il raggio incidente, e l'asse della refrazione; e 5°. finalmente che variandosi l'angolo d'inclinazione d'un raggio di luce, che passa da un mezzo in un altro di diversa densità, si varia ancora l'angolo refratto: la ragione però de' seni di sì fatti angoli resta sempre l'istessa, qualunque sia la variazione dell'angolo d'inclinazione, e qualunque quella, che in conseguenza acquista l'angolo refratto.

COROLLARIO I.

4. Essendo, qualora la luce ora con una inclinazione, e ora con un'altra passa per gli stessi mezzi, la ragione del seno dell'angolo d'inclinazione a quello dell'angolo refratto sempre la stessa; se l'angolo d'inclinazione sarà nullo, nullo sarà altresì l'angolo refratto. E perciò un raggio di luce, che cade perpendicolarmente sulla superficie, che separa due mezzi di densità diverse, passa da un mezzo nell'altro senza soffrire refrazione alcuna.

COROLLARIO II.

5. Contraffegnino BOC un quadrante Fig. 2. circolare, AOB l'angolo d'inclinazione d'un raggio di luce, che passa da un mezzo in un altro di diversa densità, e AE il suo seno. S'intenda da AE tagliata EF, tal-

talchè sia $AE:EF$, come il seno dell'angolo d'inclinazione del supposto raggio di luce al seno del suo angolo refratto; e, tirata per F la FD parallela ad OB , si congiungano le rette OD , AD . Contrassegneranno DOB l'angolo refratto, e AOD l'angolo della refrazione dell'istesso supposto raggio di luce. Or se l'angolo AOB s'accresce, o diminuisce, talchè s'accresca, o diminuisca il suo seno, si debbono anche accrescere, o diminuire le rette AF , FD , e accrescere, o diminuire altresì l'arco AD , e conseguentemente l'angolo AOD . Sicchè l'angolo AOD della refrazione d'un raggio di luce si deve accrescere, o diminuire, secondochè s'accresce, o diminuisce il seno dell'angolo d'inclinazione. E perciò farà l'angolo della refrazione d'un raggio di luce massimo, qualora l'angolo d'inclinazione può divenire retto; farà nullo, qualora l'angolo d'inclinazione farà nullo; e finalmente si farà tanto più minore del massimo, quanto più l'angolo d'inclinazione si farà minore del retto.

P R O B L. I.

6. *Determinare la legge generale, secondo la quale la luce in passare obliquamente da un mezzo in un altro di diversa densità si refrange.*

So-

S O L U Z I O N E.

Sia quanto s'è supposto nel § 2. Col Fig. 1 centro B , e con qualunque intervallo BA si descriva il cerchio $LXMY$. Da A si calino le rette AI , AK rispettivamente perpendicolari ad LM , XY . Tagliata $BN = BI$, s'innalzi da N su LM la perpendicolare NC , e si prolunghi, finchè incontra il raggio refratto BC in C . Finalmente da D , e C si calino su XY le perpendicolari DE , CF .

Movendosi la luce prima della refrazione per AB , con AB si può esprimere la forza, colla quale ogni parte di luce giugne in B . Onde tale forza equivale a due, le direzioni, ed efficacie delle quali vengono espresse da IB , KB (§ 69 della Dinamica). Or di tali due forze la espressa da IB non può ricevere alterazione alcuna in giugnere le parti della luce in B . Sicchè tale forza deve restare intera dopo la refrazione; e perciò BN deve esprimere la direzione, ed efficacia d'una delle forze componenti delle parti della luce dopo la refrazione. Ma la luce dopo la refrazione procede per BC . Sicchè dopo la refrazione debbono esprimere BF la direzione, ed efficacia dell'altra forza componente delle parti della luce, e BC la direzione, ed efficacia della forza composta. E perciò le parti della luce dopo la

refrazione corrono coll' intera forza , che hanno , BC nel medesimo tempo , che cor-
rerebbero BN colla forza espressa da BN ;
vale a dire in tempo uguale a quello , in
cui prima della refrazione avrebbero corsa
IB colla sola forza espressa da IB , e hanno
corsa AB coll'intera forza . Per la qual co-
sa AB , e BC sono i spazj , che la luce cor-
re prima , e dopo la refrazione in tempi
uguali . Onde AB sta a BC , come la velo-
cità , che ha la luce prima della refrazione
a quella , che ha dopo . Ma $AB : BC =$
 $BD : BC = DE : CF = DE : BN = DE :$
 $BI = DE : AK$, cioè come il seno dell'
angolo refratto CBY al seno dell' angolo
d' inclinazione ABX . Sicchè la luce si re-
frange con tal legge , che la velocità , che
ha prima della refrazione , sta a quella , che
ha dopo , come il seno dell' angolo refratto
al seno dell'angolo d' inclinazione . Ch' è
ciò , che bisognava determinare .

COROLLARIO I.

7. Essendo il seno dell'angolo refratto minore
di quello dell'angolo d' inclinazione , qualora
la luce passa dal mezzo raro al denso , e
maggiore , qualora passa dal mezzo denso al
raro . Dunque la luce corre con maggiore
velocità nel mezzo denso , che nel raro .

CO-

COROLLARIO II.

8. Essendo in oltre , qualora i mezzi so-
no gli stessi , costante la ragione de' detti
seni , qualunque sia la mutazione , che soffra
l'angolo d' inclinazione , e conseguentemente
l'angolo refratto ; costante sarà ancora la ragio-
ne della velocità , che ha la luce prima del-
la refrazione a quella , che ha dopo , qualun-
que mutazione , che soffra l'angolo d' incli-
nazione , e conseguentemente l'angolo refrat-
to , purchè i mezzi sieno i medesimi .

AVVERTIMENTO I.

9. Si noti che se il raggio incidente AB
passa per la superficie refringente LM in
un mezzo non uniforme , ma di densità ,
che si va successivamente accrescendo , o di-
minuendo ; in tale caso il raggio refratto
deve andare continuamente variando direzio-
ne , e conseguentemente deve procedere non
in linea retta , ma in linea curva ; e tale
curva deve essere concava verso XY , se la
densità del mezzo va crescendo , e convessa ,
se va diminuendosi .

AVVERTIMENTO II.

10. Si noti pure che la legge della re-
frazione s'è cercata sempre da insigni Geo-
me-

8 T R A T T A T O
metri per vie non proprie . La via semplice, e spedita, da noi tenuta, non s'è loro presentata . Quindi non è meraviglia che taluni l'abbiano fallita, e altri sieno stati nella necessità, per giugnere al vero, di dare alla via tenuta modificazione, che non l'apparteneva.

C A P. II.

Si distinguono i luoghi, le distanze dal zenit, e le altezze de' corpi celesti in vere, ideali, e apparenti; e s' insegna il modo di determinare le distanze apparenti dal zenit, e le altezze apparenti de' medesimi corpi.

DEFINIZIONE I.

II. Si chiama in generale *luogo* d'un corpo celeste il sito nella superficie della sferamondana, al quale viene esso corpo riferito.

AVVERTIMENTO I.

12. Determinano gli Astronomi il luogo
go

D' A S T R O N O M I A. 9
go d'un corpo celeste, con determinare nella superficie della sferamondana il punto, al quale va riferito il centro dell'istesso corpo, o il corpo intero, nel caso che apparisce a guisa di punto lucido, come appaiono le stelle fisse. Onde in seguito per luogo d'un corpo celeste intenderemo sempre il punto della superficie della detta sfera, al quale il centro del corpo va riferito.

AVVERTIMENTO II.

13. Si noti in oltre che gli Astronomi in riferire i corpi celesti alla superficie della sferamondana, li riferiscono alle periferie d'alcuni cerchi massimi dell'istessa sfera, per poter conoscere le distanze di essi corpi o dall'orizzonte, o dal zenit, o dall'equatore, o dal polo visibile, ec. . Or tali distanze, come archi, che misurano angoli fatti al centro della detta sfera, suppongono i corpi celesti riferiti alle periferie de' detti cerchi dal centro della sfera, e riferiti per le direzioni, nelle quali effettivamente si trovano. Intanto gli Astronomi guardano i detti corpi non dal detto centro, ma dalla superficie della terra, e li guardano coll'ajuto de' raggi di luce, che da essi corpi li pervengono, dopo corsi prima uno spazio libero, e poscia quel tratto dell'atmosfera terrestre, che sono costretti di correre, per giugnere sulla terra. Convien dunque
prima

prima d' ogni altra cosa esaminare quali alterazioni per sì fatte cagioni soffrono i corpi celesti relativamente agli luoghi di essi.

AVVERTIMENTO III.

Fig. 3. 14. Contraffegnino perciò LZME la sfera mondana, AF la terra, O il suo centro, HI l'atmosfera terrestre, o quella sua parte, dalla cui superficie incomincia ad avere densità sensibile, e conseguentemente incomincia la luce a refrangerli, A il luogo dell' osservatore, Z il zenit dell' istesso luogo, ed S un corpo celeste. Pel centro di S s' intendano tirate dagli punti O, e A le rette OB, AC. Potendosi la terra prendere per sferica, per sferica si può prendere anche la sua atmosfera, e conseguentemente l' anzi detta sua parte. Onde tutt' i raggi di luce, procedenti dagli corpi celesti verso il centro O della terra, come procedenti per direzioni perpendicolari alla superficie refringente HI, debbono giugnere sulla superficie della terra AF senza soffrire refrazione alcuna. E perciò se la terra fosse corpo trasparente, e uno spettatore potesse dal suo centro O guardare il corpo S, il vedrebbe in B pel raggio diretto OS. Ma essendo lo spettatore in A, se il raggio di luce SA col cadere obliquamente sulla superficie refringente HI non soffrisse refrazione; tale spettatore

ve-

vedrebbe il centro di S pel raggio SA nel punto C, diverso da B. Si fatto raggio di luce però, a cagione della refrazione, non può giugnere allo spettatore in A. Sia dunque il raggio SH, che andandosi da H continuamente refrangendo, a cagione del continuo crescere della densità dell' atmosfera della sua superficie fino alla superficie della terra, e refrangendo con avvicinarsi sempre all' asse della refrazione, giunga per una curva in A; e sia di più AD la tangente di tale curva nel punto A. Lo spettatore in A, ricevendo il detto raggio di luce per la direzione della detta tangente, vedrà il centro di S, come se fosse nel punto D.

COROLLARIO.

15. Quindi il cento di S dal centro O della terra si vedrebbe in B; dal punto A della superficie terrestre si vedrebbe in C, se la luce non soffrisse refrazione; e dall' istesso punto A si vede, a cagione della detta refrazione effettivamente in D. E quindi è che il luogo d' un corpo celeste il distinguiamo in *luogo vero*, in *luogo ideale*, e in *luogo apparente*.

DEFINIZIONE II.

16. Diciamo d' un corpo celeste *luogo vero*

vero il punto della superficie della sfera mondana, dove si vedrebbe il centro di tale corpo dal centro della terra: *luogo ideale* quel punto dell'istessa superficie, in cui il centro del corpo si vedrebbe dalla superficie della terra, se la luce non si refrangesse nell'atmosfera terrestre: e *luogo apparente* finalmente quel punto della medesima superficie, in cui il centro dell'istesso corpo si vede effettivamente dalla medesima superficie della terra.

COROLLARIO I.

17. Quindi del corpo S, guardato dal punto A della superficie terrestre, il luogo vero è il punto B, il luogo ideale è il punto C, e'l luogo apparente è il punto D.

AVVERTIMENTO.

18. S'intenda essere ZBE il verticale di A, che procede pel centro di S; e s'intenda altresì tirata relativamente al punto A la verticale OZ. Essendo OA, AS nel piano del verticale ZBE, ed essendo OS nel piano del triangolo OAS (§ 47 della Geol.); sarà anche OS nel piano del verticale ZBE. E perciò nella periferia dell'istesso verticale ZBE sono del corpo S il luogo vero B, e'l luogo ideale C, supposto lo spettatore in A.

spettatore in A. Di più essendo sempre il raggio incidente, il raggio refratto, e l'asse della refrazione in un istesso piano (§ 3); se SH non fosse nel piano verticale ZBE, procedendo tale raggio di luce refrangendosi nell'atmosfera, procederebbe fuori di tale verticale, e non giugnerebbe per conseguenza allo spettatore in A. Sicchè il raggio incidente SH, per giugnere refratto in A, deve essere nel piano del verticale ZBE; e perciò nel medesimo piano deve essere il suo refratto, e conseguentemente la retta AD, tangente in A della curva, che l'istesso raggio refratto descrive da H in A. Onde anche il luogo apparente D del corpo S relativamente al punto A è nella periferia del verticale ZBE.

COROLLARIO II.

19. Per la qual cosa, se uno spettatore terrestre guarda un corpo celeste, nella periferia del cerchio verticale, che passa pel centro di tale corpo celeste, si trovano insieme il luogo vero di sì fatto corpo celeste, il luogo ideale, e'l luogo apparente; e si trovano sempre del luogo vero il luogo ideale alquanto più basso, e'l luogo apparente alquanto più alto dell'ideale. Quindi derivano le distinzioni delle altezze, e delle distanze dal zenit de' corpi celesti in *vere*, *ideali*, e *apparenti*.

DEFINIZIONE III.

20. Si diranno d'un corpo celeste *altezza vera, altezza ideale, e altezza apparente* l'altezza del luogo vero, del luogo ideale, e del luogo apparente dell'istesso corpo. Similmente d'un corpo celeste si diranno *distanza dal zenit vera, ideale, e apparente* la distanza dal zenit del luogo vero, del luogo ideale, e del luogo apparente del medesimo corpo.

COROLLARIO.

21. Quindi, tirato relativamente al punto A l'orizzonte razionale LM, dinoteranno relativamente all'istesso punto A del corpo S l'altezza vera LB, l'ideale LC, e l'apparente LD; come altresì la distanza dal zenit vera BZ, ideale CZ, e apparente DZ.

AVVERTIMENTO.

22. Gli Astronomi misurano le distanze apparenti dal zenit de'corpi celesti, e conseguentemente le altezze apparenti di essi coll'ajuto dello strumento, detto *Quadrante astronomico*, per la forma, che ha, di quadrante di cerchio. La Fig. 4 rappresenta tale strumento senza il suo piede, su cui va mos-

mosso per tutte le direzioni, secondo le quali occorre doverlo muovere; e la Fig. 5 il rappresenta adattato sul piede. Compongono il quadrante astronomico 1° un'ossatura fatta con verghe massicce di ferro, per sostegno d'ogni cosa; 2° la lastra d'ottone AB in forma d'arco circolare, situata secondo la direzione dell'arco del quadrante circolare, che ha per centro il punto O, e per raggio OA, dell'estensione poco più del detto arco, e divisa in gradi, e minuti nella lunghezza dell'istesso detto arco; 3° il cannocchietto CD, adattato al lato OD dello strumento, per poter vedere mediante il suo ajuto con chiarezza, e distinzione i corpi celesti; 4° finalmente il sottile filo OP, pendente liberamente dal detto centro O, e con un picciolo peso P nell'estremo inferiore, per poter dinotare nella detta lastra i gradi, e minuti, che apparterranno alle distanze dal zenit, e altezze de'corpi celesti, che occorrerà misurare. S'avverta però che tale filo, acciò non sia agitato dal vento, va inserito in un canale d'ottone, liberamente pure pendente, e aperto solamente in corrispondenza della detta lastra, come si può vedere nella Fig. 5. Premesse intanto tali cose, veggiamo ora come si misurano col detto strumento le distanze, e altezze apparenti de'corpi celesti. Perciò soggiugniamo il seguente

PRO-

P R O B L. II.

23. *Misurare coll' ajuto del quadrante astronomico la distanza apparente dal zenit, e l' altezza apparente di qualsivisia corpo celeste in qualunque momento della sua dimora sull' orizzonte.*

S O L U Z I O N E.

1. Si metta lo strumento nel luogo dell' osservazione col cannocchiale a un di presso diretto al corpo celeste, di cui si vuole determinare l' altezza apparente.

2. Con muovere or l' una, or l' altra delle viti, che sono a tal uopo negli estremi delle aste del piede, si disponga lo strumento in modo, che la faccia anteriore del quadrante sia in sito esattamente verticale; il che si conosce per mezzo del filo liberamente pendente dal centro dell' istesso quadrante, che deve in tale situazione dello strumento non appoggiare alla lastra graduata, nè starne distante, ma toccarla leggiermente.

3. Si muova finalmente il quadrante sul suo piede, girandolo ora a destra, ora a sinistra, ora verso su, e ora verso giù, finchè il centro del corpo celeste apparisca nell' intersecazione de' due fili, che si veggono nel cannocchiale del quadrante, posti nel suo-

fuoco dell' obbiettivo, a guisa uno di diametro orizzontale, e l' altro di diametro verticale.

Dico che i gradi, e minuti dell' arco del quadrante, che si trovano tramezzare tra 'l filo pendente, e l' estremo della graduazione contiguo al cannocchiale, danno i gradi, e minuti della distanza apparente del corpo celeste dal zenit; e che i gradi, e minuti dell' arco rimanente del quadrante danno i gradi, e minuti dell' altezza apparente dell' istesso corpo.

D I M O S T R A Z I O N E.

Abbia il quadrante AOB la situazione, Fig. 4. che dimostra la Fig. 4, qualora s' osserva il centro d' un corpo celeste nell' intersecazione de' detti fili del cannocchiale; e s' intendano essere ZH un arco del verticale, che passa pel luogo dell' osservatore, e pel centro del corpo celeste, CE l' asse del cannocchiale prolungato in E, nella cui direzione s' osserva il centro del detto corpo, e OZ la direzione del filo PO prolungata in Z. Saranno Z il zenit dell' osservatore, E il luogo apparente del corpo celeste, ed EZ la distanza apparente dal zenit dell' istesso corpo. Essendo il raggio della terra un nulla per rispetto di quello della sfera mondana; si potrà senza sensibile errore prendere O per centro del verticale ZH. Onde la distanza

apparente dal zenit EZ del corpo celeste è di tanti gradi, e minuti, quanti ne dinota l'angolo EOZ, ovvero l'angolo POB, o pure l'arco del quadrante PB; e conseguentemente l'altezza apparente dell'istesso corpo è di tanti gradi, e minuti, quanti ne dinota il restante arco AP del quadrante. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

AVVERTIMENTO I.

24. Determinandosi col quadrante, astronomico le altezze apparenti de' corpi celesti, e non le vere; resta da insegnare in che modo si debbono determinare le altezze vere, che sono quelle, che abbisognano. Si supponga quanto s'è supposto ne' §§ 14, 18, 21. Già è noto essere del corpo celeste S, guardato dal punto A della superficie terrestre, B il luogo vero, C il luogo ideale, e D il luogo apparente. Or se, determinata l'altezza apparente LD, se ne toglie da essa l'archetto CD, ch'è l'alterazione prodotta all'altezza ideale dalla refrazione della luce, o di quanto la detta refrazione fa apparire più alto il corpo S di quello, che apparirebbe, se la luce non soffrisse refrazione; e all'altezza restante LC, o sia all'altezza ideale s'aggiugne l'archetto CB, ch'è l'altra alterazione, che riceve l'altezza vera dal guardare il corpo dalla superficie, e non dal

Fig. 3

dal centro della terra, ovvero di quanto l'altezza vera eccede la ideale; la somma dà l'altezza vera LB. Quindi gli Astronomi, per avere le altezze vere de' corpi ne' bisogni, giacchè col quadrante astronomico non si possono determinare, se non le apparenti, sono stati nella necessità di cercare a tutt' i diversi gradi, di altezze apparenti le alterazioni corrispondenti, cioè tanto quelle, che procedono dalla refrazione della luce, quanto le altre, che procedono dall'osservare i corpi dalla superficie, e non già dal centro della terra, e di costruire di sì fatte alterazioni delle tavole, acciò si possano avere sempre pronte al bisogno. I modi intanto di costruire sì fatte tavole s'insegneranno in seguito ne' luoghi opportuni. Ci contenteremo solamente per ora ne' seguenti quattro capi di esporre i principj teoretici, che ci dovranno guidare in costruire sì fatte tavole.

AVVERTIMENTO II.

25. Si noti pure che se si tratta di dover determinare d'un corpo celeste non l'altezza vera, ma la distanza vera dal zenit; in tale caso alla distanza apparente dal zenit, determinata col quadrante astronomico, conviene aggiugnere l'alterazione corrispondente, che deriva dalla refrazione della luce, e sottrarne dalla somma l'altra alte-

B 2

razio-

razione, che deriva dal guardare il corpo dalla superficie, e non dal centro della terra

AVVERTIMENTO III.

26. Si noti finalmente che in mare, per uso della navigazione, le altezze apparenti de' corpi celesti si determinano da qualche tempo coll'ajuto d'un altro strumento, detto l'Ottante di Adley. Tale strumento è affai diverso dal quadrante astronomico; perchè, dovendosi in mare tenere in mano, s'è dovuto rendere affai maneggevole. Onde s'è costruito in modo, che i mezzi gradi di esso corrispondano agli gradi celesti; il che s'è ottenuto coll'ingegnosa combinazione di piccioli specchi, li quali fanno apparire l'oggetto, che s'osserva a qualunque altezza, sempre nell'orizzonte.

C A P. III.

Della teorica della Parallasse de' corpi celesti, dove si sviluppano tutt' i principj teorici per costruire le Tavole delle alterazioni, che soffrono le altezze de' detti corpi con guardarli dalla superficie, e non dal centro della terra.

DEFINIZIONE.

27. Si chiama *parallasse* d' un corpo celeste la differenza del suo luogo ideale dal vero.

COROLLARIO I.

28. Quindi relativamente al punto A Fig. 3. della superficie della terra AF, e nel tempo, in cui il corpo celeste S si trova col suo centro in S, la parallasse di S è l'arco BC del verticale di A, procedente pel centro dell' istesso corpo S, il quale arco traversa tra'l luogo ideale C, e'l luogo vero B.

COROLLARIO II.

29. S'intenda per O menata OP parallela ad AC. Sarà l'arco PC d'insensibile grandezza per rispetto della periferia ZBE; onde senza sensibile errore si può prendere l'arco BC = BP. Ma BP misura l'angolo BOP, e conseguentemente il suo uguale ASO. Dunque anche BC è misura dell'angolo ASO. Quindi è che relativamente al punto A l'angolo ASO si chiama pure la parallasse del corpo S nel tempo, in cui col suo centro si trova in S.

COROLLARIO III.

30. Essendo ASO l'angolo, sotto cui uno spettatore vedrebbe da S la grandezza del raggio terrestre OA. Dunque la parallasse di qualsivoglia corpo celeste S relativamente a qualunque punto A della superficie della terra, e nel tempo, in cui tale corpo è col suo centro in S, è uguale all'angolo, sotto cui uno spettatore nel tempo istesso vedrebbe la grandezza del raggio terrestre OA dal centro del medesimo corpo celeste.

COROLLARIO IV.

31. In oltre $SO : OA = \text{sen. SAZ} : \text{sen. ASO}$. Dunque se AO non ha grandezza

za sensibile per rispetto di OS, anche *sen. ASO* non ha grandezza sensibile per rispetto di *sen. SAZ*, e conseguentemente la parallasse ASO diviene insensibile. Or è già noto essere AO di grandezza insensibile per rispetto di OS, se S è una stella fissa. Sicchè le stelle fisse non hanno parallasse sensibile; e perciò si vedrebbero dalla superficie della terra ne' luoghi veri di esse, se la luce nell'atmosfera terrestre non soffrisse refrazione.

COROLLARIO V.

32. Se poi il raggio terrestre AO ha ragione sensibile alla distanza OS del corpo celeste dal centro della terra; in tale caso ha anche *sen. ASO* ragione sensibile a *sen. SAZ*, e conseguentemente la parallasse ASO del corpo S è sensibile. Per la qual cosa hanno parallassi sensibili solamente que' corpi celesti, alle distanze dal centro della terra de' quali il raggio terrestre ha ragioni sensibili, e ragioni sensibili tali da poterne risultare angoli di qualche sensibile misura.

AVVERTIMENTO I.

33. A suo luogo si vedrà che hanno parallassi sensibili solamente la Luna, il Sole, Mercurio, Venere, Marte, e le Comete; qualora però queste, negl'immensi giri di esse

se avvicinandosi al Sole, giungono alle regioni de' tre detti ultimi pianeti. La parallasse intanto in ognuno de' detti corpi, non facendo mutare verticale (§ 19), non fa neppure mutare azzimutto; ma fa apparire le altezze minori, e le distanze dal zenit maggiori delle vere; e variando le altezze, varia anche le ascensioni rette, le declinazioni, le longitudini, e le latitudini. S'avverta però che dalla parallasse non riceve cambiamento alcuno nè l'ascensione retta, qualora il verticale, in cui s'osserva il corpo, è il meridiano, nè la longitudine, qualora il detto verticale è il cerchio di latitudine.

A V V E R T I M E N T O II.

34. Si noti che potendosi prendere l'arco ZC senza errore sensibile per ZP, si potrà anche senza errore sensibile prendere l'arco ZC per misura dell'angolo ZOP, o del suo uguale ZAC. E perciò l'angolo ZAC dà relativamente al punto A la distanza ideale dal zenit del corpo S.

T E O R E M A I.

35. Relativamente al raggio della terra OA, posto = 1, si metta la distanza del corpo S dal centro dell'istessa terra, o sia SO = D; e si mettano relativamente al punto A la di-

stanza

stanza ideale dal zenit del corpo S, cioè l'angolo ZAC = A, e la parallasse, o sia l'an-

golo ASO = P. Dico essere sen. P = $\frac{1}{D}$ × sen. A.

D I M O S T R A Z I O N E.

Imperciocchè

$$SO : OA = \text{sen. ZAC} : \text{sen. ASO}.$$

Dunque

$$D : 1 = \text{sen. A} : \text{sen. P}.$$

E perciò

$$\text{sen. P} = \frac{1}{D} \times \text{sen. A}.$$

Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

C O R O L L A R I O I.

36. Quindi, qualora la distanza D si conserva sensibilmente l'istessa, il che accade in ogni rivoluzione, il seno della parallasse varia a proporzione che varia il seno della distanza ideale dal zenit. Per la qual cosa se sarà A = 90°, vale a dire se sarà il corpo celeste all'orizzonte sensibile; perchè sen. A diventa il seno massimo, massimo è pure sen. P, e conseguentemente massima è la parallasse. Se poi sarà A = 0, vale a dire se il corpo S passerà pel zenit; perchè in tale caso si fa sen. A = 0, si fa pure

pure $\text{sen. } P = 0$, e la parallasse conseguentemente si fa nulla.

COROLLARIO II.

37. Sicchè in ogni rivoluzione diurna d'un corpo celeste, che ha parallasse sensibile, la parallasse nell'orizzonte sensibile, che in seguito chiameremo sempre *parallasse orizzontale*, è massima; e successivamente si va diminuendo da mano in mano, che la distanza ideale dal zenit del corpo celeste si va diminuendo; e non diviene nulla, se non nel caso, che il corpo giugne al zenit.

COROLLARIO III.

38. Essendo nel caso della parallasse orizzontale l'angolo $A = 90^\circ$; posto il seno massimo $= R$, farà $D: I = R: \text{paral. oriz.}$. Dunque delle tre grandezze, cioè del distanza del centro del corpo celeste dal centro della terra, del raggio terrestre, e della parallasse orizzontale d'un corpo celeste, datene due, si può sempre determinare la terza.

COROLLARIO IV.

39. Sieno di vantaggio la parallasse orizzontale di $S = P$, e la parallasse a qualunque altra distanza ideale A dal zenit $= P$. Essendo

$$D: I$$

$$D: I = R: \text{sen. } P$$

$$D: I = \text{sen. } A: \text{sen. } p.$$

Sarà

$$R: \text{sen. } A = \text{sen. } P: \text{sen. } p.$$

Onde

$$\text{sen. } p = \frac{I}{R} \times \text{sen. } A \times \text{sen. } P.$$

E perciò, date d'un corpo celeste la distanza ideale dal zenit, e la parallasse orizzontale, si ha con facilità la parallasse alla data distanza ideale dal zenit.

COROLLARIO V.

40. Essendo di più, posta la parallasse d'un corpo celeste a qualunque distanza A

$$\text{ideale dal zenit} = P, \text{sen. } P = \frac{I}{D} \times \text{sen. } A;$$

faranno i seni delle parallasse in ragione composta dalla diretta di quella de' seni delle distanze ideali dal zenit, e dalla reciproca di quella delle distanze dal centro della terra. E perciò alle medesime distanze dal zenit l'istesso corpo, o corpi diversi, e a distanze diverse dal centro della terra sono i seni delle parallasse in ragione reciproca delle dette di-

stan-

stanze dal centro della terra . Per la qual cosa alle medesime distanze dal zenit il corpo più vicino alla terra ha parallasse maggiore , e 'l corpo più lontano ha parallasse minore .

A V V E R T I M E N T O .

41. A suo luogo si vedrà che la Luna è de' corpi celesti quello , che ha parallasse più grande ; e che la parallasse orizzontale , o sia massima della Luna non eccede un grado . Onde il seno della parallasse massima della Luna , e molto più d' ogni altra parallasse si può senza sensibile errore prendere per la lunghezza dell' arco dinotante l' istessa parallasse .

C O R O L L A R I O VI.

42. Quindi essendo nel caso della parallasse orizzontale , posta = P ,

$$D : 1 = R : \text{sen. } P ;$$

ed essendo il raggio di qualunque cerchio ridotto in gradi , e minuti = $57^{\circ} . 17' . 44'' . 48'''$; sarà

$$D : 1 = 57^{\circ} . 17' . 44'' : 48''' : P .$$

Sicchè relativamente a ogni corpo celeste , che ha parallasse sensibile , è

$$D = \frac{1}{P} (57^{\circ} . 17' . 44'' . 48''') ,$$

e conseguentemente

$$P =$$

$$P = \frac{1}{D} (57^{\circ} . 17' . 44'' . 48''') .$$

C O R O L L A R I O VII.

43. Finalmente essendo relativamente a ogni altra distanza ideale A dal zenit , posta la parallasse = Q ,

$$D : 1 = \text{sen. } A : \text{sen. } Q .$$

Posti i gradi , e minuti , a' quali si può ridurre $\text{sen. } A = G$; sarà

$$D : 1 = G : Q$$

Sicchè è ogni altra parallasse $Q = \frac{1}{D} \times G .$

C A P. IV.

Della teorica della Refrazione astronomica, dove si sviluppano più principj teoretici per costruire le tavole delle alterazioni, che soffrono le altezze de' corpi celesti a cagione della refrazione della luce.

D E F I N I Z I O N E.

44. Chiamiamo *refrazione astronomica* d'un corpo celeste a qualunque sua altezza la differenza del suo luogo ideale, se ha parallasse, o del suo luogo vero, se non ne ha, dal suo luogo apparente.

C O R O L L A R I O.

Fig. 3. 45. Quindi relativamente al punto A della superficie della terra AF, e nel tempo, in cui il corpo celeste S si trova col suo centro in S, la refrazione di S è l'arco DG del verticale di A, procedente pel centro dell'istesso corpo S, il quale arco tramiezza tra 'l luogo ideale C, e 'l luogo apparente D.

AV-

A V V E R T I M E N T O I.

46. Sebbene la refrazione della luce non sia stata ignota agli antichi: nondimeno non troviamo d' averne essi fatto uso nell' Astronomia. Ticone fu il primo che incominciò a determinare le refrazioni astronomiche in modo da costruirne delle tavole: però tali determinazioni, fatte colle pure osservazioni, e senza il soccorso di teorica, corrisposero alla poca delicatezza degli strumenti; la quale poca delicatezza degli strumenti rese anche insensibili tutte quelle refrazioni, che non giungono ad un minuto primo. Quindi non è meraviglia che Ticone sia caduto e nell' errore di credere diverse le refrazioni ad uguali altezze apparenti de' corpi diversi, e nell' errore di credere non aver luogo la refrazione oltre il gr. 45^{mo} relativamente al Sole, e oltre il gr. 20^{mo} relativamente alle stelle fisse; errori, ne' quali similmente cadde il P. Ricciolo; sebbene le refrazioni determinate da esso sieno state alquanto diverse dalle determinate dal detto Ticone.

A V V E R T I M E N T O II.

47. Il famoso Domenico Cassini fu il primo a conoscere che co' soli strumenti non
era

era possibile poter determinare le refrazioni a tutte le altezze de' corpi celesti, ma che conveniva associarci ancora la teorica, e l' calcolo. Con tal felice associazione venne egli a capo di costruire le sue tavole delle refrazioni, nelle quali, se non giunse all' ultima finezza, vi ci si avvicinò assai. Non giunse intanto all' ultima finezza, perchè nella teorica suppose la luce, refratta nella prima superficie refrattiva dell' atmosfera, procedere fino alla terra in linea retta, e non in linea curva; e con ciò lasciò agli altri il campo di poter raffinare le sue tavole delle refrazioni astronomiche, con considerare la luce procedere nell' atmosfera in linea curva, come realmente procede. Or noi, per niente tralasciare circa tale importante soggetto, svilupperemo i principj teoretici, che conducono alla costruzione delle dette tavole, in questo capo con supporre la luce procedere nell' atmosfera in linea retta, e ne' due capi seguenti con supporla procedere in linea curva.

T E O R E M A II.

Fig. 6. 48. Contrassegnino AT la terra, A il luogo d' un osservatore, Z il zenit di tale luogo, IGB la superficie refringente dell' atmosfera, P un corpo celeste a qualunque distanza apparen-

te

te dal zenit, e PB il raggio incidente, che, refratto in B , giugne in A per la direzione della retta BA . Dico che, prolungato il raggio incidente PB in E , la misura dell' angolo EBA della refrazione si può senza errore sensibile prendere come uguale alla refrazione astronomica, che compete al corpo P alla distanza apparente dal zenit ZAB .

D I M O S T R A Z I O N E .

S' intenda essere ZNC il verticale di A , che procede pel centro di P ; s' intenda tirata AP ; e s' intendano prolungate AP in C , e AB in D . Darà DC , e conseguentemente l' angolo DAC la refrazione astronomica del corpo P alla distanza apparente ZAB dal zenit. Or per la picciola altezza, che ha la superficie refringente IGB dell' atmosfera dalla superficie della terra in paragone della distanza dalla medesima superficie della terra, che ha ogni corpo celeste, si può nel triangolo ABP senza errore sensibile prendere l' angolo APB come insensibile per rispetto di BAP . Dunque la misura dell' angolo EBA della refrazione si può senza errore sensibile prendere come uguale alla misura dell' angolo BAP , e conseguentemente come uguale alla refrazione astronomica CD del corpo P alla distanza apparente ZAB dal zenit.

Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

Tom. II.

G

CO-

T R A T T A T O
C O R O L L A R I O I.

49. S'intenda per B tirato l'asse della refrazione OH; sarà OBA l'angolo refratto. Or $OB:OA = \text{sen. } ZAB: \text{sen. } ABO$. Sicchè varia il seno dell'angolo refratto a proporzione che varia il seno della distanza apparente ZAB dal zenit. E perciò l'angolo refratto è massimo, quando la detta distanza dal zenit è di gr. 90; si rende poi minore, e minore del massimo, come si va rendendo minore, e minore la detta distanza dal zenit; e non si fa nullo, se non quando si fa nulla la distanza dal zenit; vale a dire, se non quando il corpo celeste apparisce nel zenit.

C O R O L L A R I O II.

50. Avendo in oltre il seno dell'angolo refratto al seno dell'angolo d'inclinazione una ragione costante; anche l'angolo d'inclinazione sarà massimo, quando la distanza apparente del corpo celeste dal zenit sarà di gr. 90; si farà poi minore, e minore del massimo, come si farà minore, e minore la detta distanza dal zenit; e non diverrà nullo, se non quando si farà nulla l'istessa detta distanza dal zenit.

C O R O L L A R I O III.

51. Essendo finalmente l'angolo della re-
fra-

frazione tanto più picciolo, quanto più picciolo si rende l'angolo d'inclinazione [§ 5]. Dunque l'angolo della refrazione, e conseguentemente la refrazione astronomica di qualunque corpo celeste è massima, se la distanza apparente dal zenit del corpo celeste è di gr. 90; si rende poi minore, e minore della massima, come si va rendendo minore, e minore la detta distanza dal zenit; e finalmente non diventa nulla, se non si fa nulla la medesima detta distanza dal zenit.

P R O B L. III.

52. *Data relativamente al raggio terrestre. OA l'altezza AI della superficie refringente IGB dell'atmosfera sulla superficie della terra, e data la ragione costante, che deve avere il seno dell'angolo d'inclinazione al seno dell'angolo refratto per rispetto della luce, che passa obliquamente dallo spazio libero nell'atmosfera terrestre; determinare la refrazione astronomica di qualsivoglia corpo celeste P a qualunque distanza apparente ZAB dal zenit.*

S O L U Z I O N E.

I. Essendo data AI per rispetto di OA, farà data per rispetto di OA anche OI, o sia OB; onde data è pure la ragione di OB:OA. Ma $OB:OA = \text{sen. } ZAB:$
C 2 sen

sen. ABO . Dunque se in ordine ad OB ; OA , e al seno della distanza apparente ZAB dal zenit del corpo celeste si cerca il quarto proporzionale ; tale quarto proporzionale dà il seno dell'angolo refratto ABO ; in conseguenza del quale seno si determina l'angolo ABO .

2. Essendo in oltre data la ragione del seno dell'angolo refratto al seno dell'angolo d'inclinazione relativamente agli raggi di luce, che procedono dallo spazio libero nell'atmosfera terrestre ; se si trova in ordine agli due termini di tale ragione, e al seno dell'angolo ABO refratto il quarto proporzionale ; tale altro quarto proporzionale darà il seno dell'angolo d'inclinazione PBH, o sia EBO ; in conseguenza del quale seno s'avrà l'angolo EBO .

3. Finalmente se dall'angolo EBO , già determinato, si toglie l'altro ABO pure determinato, il residuo dà l'angolo EBA della refrazione , e conseguentemente la refrazione astronomica cercata .

Ch'è ciò , che bisognava determinare .

COROLLARIO .

53. Per determinare adunque del modo esposto le refrazioni astronomiche, fa mestieri determinare prima relativamente al raggio della terra l'altezza, che ha sulla superficie terrestre la prima superficie refringente dell'.

dell'atmosfera, e poscia la ragione del seno dell'angolo refratto al seno dell'angolo d'inclinazione de' raggi di luce , che passano obliquamente dallo spazio libero nell'atmosfera terrestre .

AVVERTIMENTO I.

54. Conoscendo il lodato Cassini di non poter ottenere le due dette determinazioni co' metodi diretti, cercò di ottenerle co' metodi indiretti a questo modo . I°. Determinò, secondo s'insegnerà a suo luogo , con pure osservazioni e la refrazione orizzontale d'una stella, cioè quella, che le compete, qualora la sua distanza apparente dal zenit è l'angolo retto ZAB, e la refrazione, che le compete, qualora la sua distanza apparente dal zenit è l'angolo ZAG di gr. 80; e trovò la prima di $32^{\circ} 20''$, e la seconda di $5^{\circ} 28''$. II°. Suppose AI di certa misura , ad arbitrio stabilita , e relativamente a tale misura determinò gli angoli refratti ABO , AGO ; e di più con aggiugnere all'angolo ABO , già determinato, la refrazione di $32^{\circ} 20''$, determinò l'angolo d'inclinazione OBE . III°. In ordine al seno dell'angolo refratto OBA, al seno dell'angolo d'inclinazione OBE, e al seno dell'angolo refratto OGA ; calcolati tali angoli relativamente ad AI della misura stabilita, determinò il seno dell'angolo d'inclinazione OGF, e in conseguen-

za di tale seno determinò l'angolo OGF ; dal quale angolo OGF, toltane la sua parte OGA, ne risultò l'angolo della refrazione AGF. Non risultando intanto l'angolo AGF di $5^{\circ} 28''$, andò prendendo AI d'altra misura, e andò ripetendo i medesimi calcoli ; e tanto andò variando la misura di AI, finchè ne risultò l'angolo AGF di $5^{\circ} 28''$. Or ciò accadde, quando, essendo il raggio terrestre di tese 3273600, prese AI di tese 2000. Ecco in che modo il Cassini determinò AI di tese 2000. IV. Determinata intanto AI di tese 2000 relativamente al raggio OA di tese 3273600, determinò l'angolo refratto ABO di $87^{\circ} 59' 50''$; e, con aggiugnere a tale angolo la refrazione di $32' 20''$, determinò anche l'angolo d'inclinazione OBE di $88^{\circ} 32' 10''$. V. Finalmente con determinare la ragione de' seni de' due angoli di $87^{\circ} 59' 50''$, e di $88^{\circ} 32' 10''$, determinò la ragione del seno dell'angolo refratto al seno dell'angolo d'inclinazione de' raggi di luce, che passano obliquamente dallo spazio libero nell'atmosfera terrestre. Ed ecco in che altro modo determinò sì fatta ragione.

AVVERTIMENTO II.

55. Coll'ajuto di sì fatte determinazioni calcolo il detto Cassini le tavole delle refra-

refrazioni a tutt'i gradi di distanza dal zenit, incominciando dal grado 1, e terminando nel gr. 90. Non deve però recar meraviglia, se non si sia trovata tale tavola esattamente concorde colle osservazioni, essendosi supposto nella costruzione di essa la luce procedere nell'atmosfera in linea retta, ed essere l'altezza AI di costante misura; le quali cose non sono in rigore vere. E' da sapere intanto che Cassini figlio rettificò alquanto sì fatta tavola, e la rese più concorde colle osservazioni, con supporre la luce procedere nell'atmosfera in arco circolare, di cui seno tangenti il raggio incidente in un estremo, e'l raggio refratto in giugnere all'occhio nell'altro estremo; e che dimostrò nel tempo istesso poca differenza risultare nelle refrazioni, se si suppone la detta curva non essere arco circolare, ma parabolico. Maggiore rettificazione hanno ricevute in seguito le refrazioni astronomiche, e di tale rettificazione ne svilupperemo i principj teoretici nel seguente capo.

AVVERTIMENTO III.

56. Prima di procedere innanzi sta bene d'avvertire 1.^o che a un raggio incidente di luce, o proceda da distanza maggiore, o da distanza minore, li corrisponde sempre l'istesso raggio refratto, e che conseguentemente a una distanza apparente dal zenit

d'un corpo celeste li corrisponde sempre l'istessa refrazione, o che il corpo sia più vicino alla terra, o più remoto; 2^o. che la refrazione d'un corpo celeste è sempre grandezza picciola per rispetto della distanza apparente del medesimo corpo dal zenit. Posto ciò, venghiamo ora al seguente

C A P. V.

In cui si sviluppano altri principj teorici relativamente alle refrazioni astronomiche, supposta la luce procedere nell'atmosfera terrestre in linea curva.

DEFINIZIONE.

57. Chiamiamo *forza refringente* quella, che fa che la luce in passare da un mezzo in un altro di diversa densità si refranga.

COROLLARIO I.

58. Refrangendosi la luce in passare da un mezzo in un altro di diversa densità, qualora vi cade obbliquamente sulla superficie refringente, e non già quando vi cade per-

perpendicolarmente. Dunque la forza refringente fa azione sulla luce secondo la direzione dell'asse della refrazione, cioè per direzione perpendicolare alla superficie refringente, e non per direzione obliqua.

AVVERTIMENTO I.

59. Contraffegnino AQ la superficie del-
Fig. 7
la terra, O il suo centro, EM la prima superficie refringente dell'atmosfera, ed EDA la curva, che descrive nell'atmosfera il raggio di luce coll'andarli successivamente refrangendo da E fino ad A, e raggio procedente per la retta SE prima della refrazione dal corpo celeste S. S'intenda l'atmosfera da EM fino a QA divisa in infiniti strati sferici, di grossezza infinitamente picciola ognuno. Si potrà senza sensibile errore considerare il raggio refratto mosso in ciascuno di sì fatti strati come in un mezzo uniforme. Onde, supposto essere DN, CR, BT le superficie sferiche, che separano tali strati l'uno dall'altro, le parti ED, DC, CB, BA della detta curva si possono prendere per le lineette rette, dalle quali si può considerare composta sì fatta curva; e'l raggio refratto si può considerare come obbligato dalla forza refringente a mutare direzione successivamente ne' punti E, D, C, B.

COROLLARIO II.

60. S'è già dimostrato che la forza refringente fa sempre azione sulle parti della luce secondo la direzione dell'asse della refrazione. Dunque, essendo le rette OE, OD, OC, OB gli assi delle refrazioni ne' punti E, D, C, B, l'azione della forza refringente su d'un raggio di luce, che procede refrangendosi nell'atmosfera terrestre, è sempre diretta al centro della terra.

COROLLARIO III.

61. In oltre è dimostrato nella dottrina delle forze centrali che, se in un corpo, che descrive una curva, la forza, che replica in ogni momento la sua azione, ve la replica sempre per direzione tendente a un'istesso centro, le velocità di tale corpo ne' diversi punti della curva sono tra esse in ragione reciproca delle perpendicolari calate dal detto centro sulle tangenti della curva ne' medesimi punti. E perciò la velocità della luce in E, colla quale incomincia a descrivere la curva EDCBA, sta a quella, colla quale giugne all'occhio dello spettatore in A, come la perpendicolare calata da O sulla tangente della detta curva in A, alla perpendicolare calata dall'istesso punto O sulla tangente della medesima curva in E.

AV-

AVVERTIMENTO II.

62. Si noti che della curva ABCDE, siccome la tangente in A è l'elemento AB prolungato, così la tangente in E è il raggio incidente SE prolungato; perchè andando l'atmosfera dalla superficie della terra fino al suo estremo superiore sempre diminuendosi in densità, deve la refrazione della luce incominciare in essa insensibilmente, e andare per gradi infinitamente piccioli crescendo fino alla superficie della terra. E perciò deve il raggio incidente istesso esser tangente della curva, che descrive il suo refratto, nel principio dell'istessa curva.

COROLLARIO IV.

63. S'intendano prolungati AB in P, SE in F, ED in G, DC in H, e CB in I; sarà l'angolo $PFE = FEG + FGE$, $FGE = GDH + GHD$, $GHD = HCB + HBC = HCB + IBA$. Dunque l'angolo $PFE = FED + GDC + HCB + IBA$, cioè uguale alla somma di tutti gli angoli delle refrazioni, che soffre il raggio della luce in descrivere nell'atmosfera la curva EDA. E perciò l'angolo PFE, che formano le rette tangenti la detta curva negli suoi estremi, uguaglia la refra-

44 **T R A T T A T O**
 refrazione astronomica del corpo celeste S,
 guardato da A.

COROLLARIO V.

64. S'intendano prolungati il raggio terrestre OA in Z, e 'l raggio incidente SE della luce in K. Saranno Z il zenit di A, ZAP la distanza apparente dal zenit del corpo S, guardato da A, e KFA uguale alla refrazione astronomica del medesimo corpo relativamente all'istessa detta distanza apparente dal zenit. Or la refrazione, come costa dalle determinate dal Cassini colle pure osservazioni, è sempre assai picciola per rispetto della distanza apparente dell'oggetto dal zenit. Dunque l'angolo KFA è sempre assai picciolo per rispetto di KAF, e conseguentemente KA assai picciola per rispetto del raggio terrestre. Quindi, tirata per A la retta AV parallela a KS, si può senza sensibile errore prendere V pel luogo ideale del corpo S, e conseguentemente l'angolo ZAV, o 'l suo uguale ZKS per la distanza ideale dal zenit del corpo S.

COROLLARIO VI.

65. Essendo in oltre la refrazione massima poco più di mezzo grado, come costa dalle determinazioni del Cassini; le due tangenti EK, PA anche nel caso della refra-

D' A S T R O N O M I A. 45.
 frazione massima procedono verso la terra con picciola divergenza tra di esse. E perciò le perpendicolari OX, OY, calate su tali tangenti dal centro O della terra, debbono avere una differenza picciola per rispetto della grandezza di esse.

COROLLARIO VII.

66. Si metta $OX : OY = 1 : 1 + b$, e si mettano il raggio terrestre $OA = 1$, e l'altezza della prima superficie refringente EM sulla superficie della terra $= e$; farà $OE = 1 + e$. Sicchè, essendo, posto il seno massimo $= 1$, $\text{sen.} OAX : \text{sen.} OEY$

$$= \frac{OX}{OA} : \frac{OY}{OE} ; \text{ farà } \text{sen.} OAX : \text{sen.} OEY$$

$$= 1 : \frac{1 + b}{1 + e} ; \text{ e, posti } \frac{1 + b}{1 + e}$$

$$= m, \text{ e l'angolo } OAX = a, \text{ farà } 1 : m$$

$$= \text{sen. } a : \text{sen. } OEY. \text{ Per la qual cosa farà } \text{sen. } OEY = m \times \text{sen. } a.$$

COROLLARIO VIII.

67. Di vantaggio essendo picciola la differenza di OX, OY per rispetto di OX, e picciola anche la differenza di OA, OE per rispetto di OA; farà anche picciola la dif-

$$1 + b$$

differenza di $\frac{1+b}{1+c}$, o sia di m dall'

$$1 + c$$

unità. E perciò, essendo $\text{sen. OEY} = m \times \text{sen. } a$, avrà il seno dell'angolo d'inclinazione OEY picciola differenza dal seno della distanza apparente dal zenit, o sia dell'angolo OAX, ovvero ZAP.

COROLLARIO IX.

68. Si mettano di più l'angolo AOE = x , e l'angolo AFK, o sia la refrazione astronomica = r . Essendo all'angolo ZKE uguale sì la somma degli due KEO, KOE, che la somma degli altri due KAF, KFA; sarà la somma degli angoli KEO, KOE uguale alla somma degli angoli KAF, KFA. E perciò $\text{KEO} + x = a + r$; onde $\text{KEO} = a - (x - r)$, e conseguentemente $\text{sen. KEO} = \text{sen. } (a - (x - r))$, ovvero $m \times \text{sen. } a = \text{sen. } (a - (x - r))$.

Per la qual cosa, differendo m di poco dall'unità, sarà $x - r$ grandezza picciola per rispetto di a , o sia dell'angolo PAZ, distanza apparente dal zenit del corpo celeste.

COROLLARIO X.

69. Si metta finalmente $x: r = n + 1$:
1; fa-

1; farà $x = n r + r$, e $x - r = n r$. Sicchè la formola $m \times \text{sen. } a = \text{sen. } (a - (x - r))$ si riduce alla seguente $m \times \text{sen. } a = \text{sen. } (a - n r)$; nella quale formola è $n r$ grandezza picciola per rispetto di a .

AVVERTIMENTO III.

70. Prima di procedere innanzi sta bene avvertire che all'istessa distanza apparente ZAP dal zenit del corpo celeste può corrispondere varia refrazione astronomica KFA, secondochè si varia la ragione delle perpendicolari calate da O sulle tangenti EY, AX, e conseguentemente secondochè si varia la ragione delle velocità della luce ne' punti A, ed E. Or tale ragione non può variarsi a cagione della velocità della luce in E, ch'è sempre costante; perchè sempre la luce incomincia a refrangerli da quel sito dell'atmosfera, dove incontra quel determinato grado di densità d'aria, che incomincia a piegarla. Sicchè si varia per la variabilità della velocità della luce in A, a cagione della variabilità della densità dell'aria nel medesimo luogo. Per la qual cosa la refrazione astronomica alla medesima distanza apparente dal zenit è soggetta a qualche alterazione, sebbene picciola, a cagione dell'alterazione dell'atmosfera nel luogo dell'

dell'osservazione. Premesse tali cose, ven-
ghiamo al

P R O B L. IV.

71. Ricavare dalla formola $m \times \text{sen. } a$
 $= \text{sen. } (a - nr)$ quelle, per le quali si de-
terminano a un di presso i valori di m , e n .

S O L U Z I O N E.

Essendo

$$m \times \text{sen. } a = \text{sen. } (a - nr),$$

$$\begin{aligned} & \text{sen. } (a - nr) = \\ & \text{sen. } a \times \text{cos. } nr - \text{sen. } nr \times \text{cos. } a, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & m \times \text{sen. } a = \\ & \text{sen. } a \times \text{cos. } nr - \text{sen. } nr \times \text{cos. } a. \end{aligned}$$

Onde

$$m = \text{cos. } nr - \text{sen. } nr \times \frac{\text{cos. } a}{\text{sen. } a},$$

ovvero

$$m = \text{cos. } nr - \text{sen. } nr \times \cotan. a.$$

Contraffegnando nr un arco piccolo, si può
senza sensibile errore mettere nr in vece di
 $\text{sen. } nr$; e conseguentemente, essendo $\text{cos. } nr$
 $= \sqrt{1 - (\text{sen. } nr)^2}$, sarà a un di presso

so

$$\text{so cos. } nr = \sqrt{1 - n^2 r^2} = 1 - \frac{1}{2} n^2 r^2.$$

Sicchè l'equazione $m = \text{cos. } nr - \text{sen. } nr$
 $\times \cotan. a$ si può trasformare nella seguente

$$m = 1 - \frac{1}{2} n^2 r^2 - nr \times \cotan. a.$$

Si supponga un'altra distanza apparente dal
zenit del corpo celeste $= A$, e la refrazio-
ne astronomica corrispondente $= R$; s'avrà
 $m = 1 - \frac{1}{2} n^2 R^2 - n R \times \cotan. A.$

Sicchè

$$\frac{1}{2} n^2 R^2 + n R \times \cotan. A = \frac{1}{2} n^2 r^2 +$$

$$nr \times \cotan. a;$$

e perciò

$$n R^2 - nr^2 = 2r \times \cotan. a - 2 R \times$$

$$\cotan. A,$$

ed

$$n = \frac{2r \times \cotan. a - 2 R \times \cotan. A}{R^2 - r^2}.$$

Per la qual cosa le due formole cercate
ono

$$m = \frac{2r \times \cotan. a - 2 R \times \cotan. A}{R^2 - r^2},$$

$$m = 1 - \frac{1}{2} n^2 R^2 - n R \times \cotan. A.$$

Ch'è ciò, che bisognava determinare.

C O R O L L A R I O I.

72. Si supponga la distanza apparente
 A dal zenit di gr. 90, e conseguentemente
 R essere la refrazione orizzontale, o sia la
refrazione massima. Perchè in tal caso è co-

Tom. II.

D

tan.

tan. $A = 0$, faranno pure in tal caso
 $2r \times \cotan. a$

$$n = \frac{R^2 - r^2}{R^2}$$

$$m = 1 - \frac{r^2}{2} n^2 R^2 = \cos. n R.$$

AVVERTIMENTO I.

73. Si noti che il famoso Simpson colle pure osservazioni del modo, che a suo luogo s'insegnerà, ha determinato essere la refrazione orizzontale di $33''$, e la refrazione a gr. 60 dal zenit di $1'' . 30'' \frac{1}{2}$.

COROLLARIO II.

74. Sicchè secondo Simpson sono $R = 33''$, $r = 1'' . 30'' \frac{1}{2}$, e $a = 60^\circ$. Riducendo tali refrazioni in minuti secondi, e sì fatti minuti secondi in parti della periferia, supposto il raggio = 1, faranno a un di presso $r = 0.000438$, e $R = 0.009599$; e conseguentemente $2r = 0.000876$, e $R^2 - r^2 = 0.00091948957$. E' di più $\cotan. a = 0.5773503$. Dunque $2r \times \cotan. a = 0.0005057588628$. Per la qual cosa secondo Simpson è $n = \frac{2r \times \cotan. a}{R^2 - r^2} = 5.5 = 5 \frac{1}{2}$, e con-

seguentemente $m = \cos. n R = \cos. (3^\circ . 1' . 30'') = 0.99861$.

AV

AVVERTIMENTO II.

75. Si noti pure che secondo le determinazioni del celebre Bradley sono $R = 33''$, $r = 1'' . 38'' \frac{2}{5}$, e $a = 60^\circ$; secondo le determinazioni del Cassini sono $R = 32'' . 20''$, $r = 5'' . 24''$, e $a = 80^\circ$; e secondo le determinazioni del famoso Bouguer, fatte sotto la zona torrida a livello del mare, sono $R = 27''$, $r = 5'' . 30''$, e $a = 83^\circ$.

COROLLARIO III.

76. Dunque sono secondo Bradley $n = 6$, e $m = \cos. (3^\circ . 18') = 0.99834$; secondo Cassini $n = 6.452$, e $m = \cos. (3^\circ . 28' . 37'') = 0.99815$; e secondo Bouguer $n = 6.524$, e $m = \cos. (2^\circ . 56' . 8'') = 0.99866$.

AVVERTIMENTO III.

77. Non facciamo uso delle refrazioni determinate dal celebre de la Caille; perchè le refrazioni determinate da sì insigne Astronomo sono riuscite, per qualche leggiero difetto dello strumento adoperato, alquanto maggiori delle vere, e conseguentemente non atte a dimostrarci nè valori di m , e n un consenso co' valori già determinati.

D 2

CO-

COROLLARIO IV.

78. Essendo finalmente $x : r = n + 1$; sarà secondo Simpson $x = 6 \frac{1}{2} r$, cioè $x = 3^{\circ} . 34^1 . 30^{11}$ nel caso della refrazione orizzontale, e $x = 2^{\circ} . 48^{11} \frac{1}{4}$ nel caso della refrazione alla distanza dal zenit di gr. 60. Secondo Bradley sarà $x = 7r$, cioè $x = 3^{\circ} . 51^1$ nel caso della refrazione orizzontale, e $x = 11^1 . 28^{11} \frac{1}{2}$ nel caso della refrazione alla distanza dal zenit di gr. 60. Secondo Cassini sarà $x = 7 . 452 \times$, cioè $x = 4^{\circ} . 0^1 . 56^{11}$ nel caso della refrazione orizzontale, e $x = 40^1 . 14^{11}$ nel caso della refrazione alla distanza dal zenit di gr. 80. E finalmente secondo Bouguer sarà sotto l'equatore a livello del mare $x = [7 . 524] r$, cioè $x = 3^{\circ} . 23^1 . 8^{11}$ nel caso della refrazione orizzontale, e $x = 4^1 . 22^{11}$ nel caso della refrazione alla distanza dal zenit di gr. 83.

TEOREMA III.

79. Le refrazioni astronomiche a distanze apparenti dal zenit, supposta secondo Bradley $n = 6$, sono tra esse nella ragione delle tangenti delle istesse dette distanze, diminuite del triplo delle medesime refrazioni.

Dl.

DIMOSTRAZIONE.

Contrassegnino A , e a due distanze apparenti qualunque dal zenit d'un corpo celeste, ed R , e r le refrazioni astronomiche corrispondenti; e sieno di più m , e n de' valori già determinati; faranno pel § 69

$$\begin{aligned} 1 : m &= \text{sen. } a : \text{sen. } (a - nr), \\ 1 : m &= \text{sen. } A : \text{sen. } (A - nR), \end{aligned}$$

Or essendo

$$1 : m = \text{sen. } a : \text{sen. } (a - nr),$$

farà

$$\begin{aligned} 1 + m : 1 - m &= \text{sen. } a + \text{sen. } (a - nr) : \\ &\text{sen. } a - \text{sen. } (a - nr). \text{ Ma la somma de' seni di due angoli sta alla differenza de' medesimi seni, come la tangente della metà della somma di tali angoli alla tangente della metà della differenza degli stessi angoli. Dunque } \text{sen. } a + \text{sen. } (a - nr) : \\ &\text{sen. } a - \text{sen. } (a - nr) = \text{tang. } (a - \frac{1}{2} nr) : \text{tang. } \frac{1}{2} nr. \end{aligned}$$

E perciò

$$1 + m : 1 - m = \text{tang. } (a - \frac{1}{2} nr) : \text{tang. } \frac{1}{2} nr.$$

D 3

Simil,

Similmente farà

$$1 + m : 1 - m = \text{tang.} (A - \frac{\pi}{2} n R) : \text{tang.} \frac{1}{2} n R.$$

Onde

$$\text{tang.} \frac{1}{2} n R : \text{tang.} \frac{1}{2} n r = \text{tang.} (A - \frac{1}{2} n R) : \text{tang.} (a - \frac{1}{2} n r),$$

ovvero

$\text{tang.} 3 R : \text{tang.} 3 r = \text{tang.} (A - 3 R) : \text{tang.} [a - 3 r]$; e potendosi il triplo di qualunque refrazione astronomica, anche che sia l'orizzontale, prendere senza errore sensibile per la sua tangente, farà

$$3 R : 3 r = \text{tang.} (A - 3 R) : \text{tang.} (a - 3 r).$$

e conseguentemente

$$R : r = \text{tang.} (A - 3 R) : \text{tang.} (a - 3 r).$$

Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO.

80. Potendosi relativamente alle altezze, nelle quali le refrazioni astronomiche non giungono a un minuto primo, e conseguentemente sono assai picciole per rispetto delle

di

distanze apparenti del corpo celeste dal zenit, prendere senza errore sensibile $\text{tang.} (A - 3 R) : \text{tang.} (a - 3 r) = \text{tang.} A : \text{tang.} a$; si potrà anche relativamente alle medesime altezze prendere $R : r = \text{tang.} A : \text{tang.} a$. Sicchè relativamente alle dette altezze si possono senza errore sensibile prendere le refrazioni astronomiche proporzionali alle tangenti delle semplici distanze apparenti del corpo celeste dal zenit.

AVVERTIMENTO I.

81. Sebbene, determinata a una distanza apparente qualunque A dal zenit la refrazione astronomica R , non si possa in vigore del teorema già dimostrato immediatamente determinare la refrazione astronomica a qualunque altra distanza apparente a dal zenit: si può però farne la determinazione con false posizioni a questo modo. Si supponga ad arbitrio la refrazione alla distanza apparente a dal zenit essere $= r$, e si cerchi in ordine a $\text{tang.} [A - 3 R]$, a $\text{tang.} (a - 3 r)$, e ad R il quarto proporzionale; se il quarto proporzionale dà r , la supposta refrazione r è allora la refrazione cercata; altrimenti si muti supposizione, e si ripeta l'istesso calcolo; e tante volte ciò si faccia, finchè s'abbia per quarto proporzionale la refrazione da determinare. Ecco in che mo-

D 4

do

do si possono calcolare le refrazioni astronomiche corrispondenti a tutte le distanze apparenti dal zenit in vigore de' principj teoretici già esposti.

AVVERTIMENTO II.

82. Si noti che la fatica della detta calcolazione si risparmia non poco in che s'è giunto a calcolare a una distanza A dal zenit la sua refrazione corrispondente R che non giunga a 1° ; perchè a tutte le altre distanze apparenti a dal zenit, minori di A si può calcolare la refrazione corrispondente, con determinare in ordine a $\text{tang. } A$, a $\text{tang. } a$, e ad R il quarto proporzionale [§ 80].

AVVERTIMENTO III.

83. Da quanto s'è esposto fin qui si rileva che, per calcolare la tavola delle refrazioni astronomiche a tenore de' principj teoretici già stabiliti, altro non vi bisogna, se non di accuratamente determinare colle pure osservazioni due refrazioni astronomiche corrispondenti a due distanze apparenti qualunque dal zenit. Imperciocchè da tali refrazioni si rilevano i valori di m , e n , e si rilevano con facilità, qualora una delle dette refrazioni è l'orizzontale; e col valore di n si limita la proporzione $R : r$
 $= \text{tang.}$

$= \text{tang. } (A - \frac{1}{2} n R) : \text{tang. } (a - \frac{1}{2} n r)$, coll'ajuto della quale si procede del modo già detto alla detta calcolazione, avvalendosi anche, dove la picciolezza della refrazione il permette, dell'altra proporzione $R : r = \text{tang. } A : \text{tang. } a$.

AVVERTIMENTO IV.

84. Si noti finalmente che gli esposti principj teoretici ci menano ad altre determinazioni, che ci piace qui loggiungere. Perciò sia il

P B O B L. V.

85. Sia quanto s'è antecedentemente supposto; determinare a un di presso il valore di b .

S O L U Z I O N E.

S'intenda congiunta la retta OF , e si metta l'angolo $AOF = y$; faranno l'angolo $AFO = ZAF - AOF = a - y$, e l'angolo $OFK = AFO + AFK = a - y + r$. Or essendo $OX : OY = \text{sen. } AFO : \text{sen. } OFK$, sarà

$$1 : 1+b = \text{sen. } (a-y) : \text{sen. } (a-y+r).$$

On-

Onde

$$(1 + b) \{ \text{sen. } [a - y] \} = \\ \text{sen. } (a - y + r) = \text{sen. } (a - y) \text{ cos. } \\ r + \text{sen. } r \times \text{cos. } (a - y);$$

e perciò

$$1 + b = \text{cos. } r + \text{sen. } r \times \frac{\text{cos. } a - y}{\text{sen. } a - y},$$

ovvero

$$1 + b = \text{cos. } r + \text{sen. } r \times \text{cotan. } (a - y).$$

Ma essendo r , e y grandezze piccole, massimamente quando a non s' avvicina molto agli gr. 90, si potrà senza errore considerevole prendere $\text{cos. } r = 1$, $\text{sen. } r = r$; e $\text{cotan. } a - y = \text{cotan. } a$. E perciò sarà a un di presso

$$1 + b = 1 + r \times \text{cotan. } a,$$

e conseguentemente

$$b = r \times \text{cotan. } a$$

Ch'è ciò, che bisognava determinare.

CO-

COROLLARIO I.

86. Essendo secondo Simpson $a = 60^\circ$, e $r = 1^\circ . 30^{11} \frac{1}{2}$, e conseguentemente $r = 0.000438$, ridotta in parti del raggio; farà secondo Simpson

$$b = r \times \text{cotan. } a = 0.0002528.$$

Similmente essendo secondo Bradley pure $a = 60^\circ$, e $r = 1^\circ . 38^{11} \frac{2}{5}$, e conseguentemente $r = 0.000476$, ridotta anche in parti del raggio; farà secondo Bradley

$$b = r \times \text{cotan. } a = 0.0002748.$$

Essendo poi secondo Cassini $a = 80^\circ$, e $r = 5^\circ . 24^{11}$, e conseguentemente $r = 0.001568$; farà secondo Cassini

$$b = r \times \text{cotan. } a = 0.0002764.$$

E finalmente essendo secondo Bouguer sotto la zona torrida a livello del mare $a = 83^\circ$, e $r = 5^\circ . 30^{11}$, e conseguentemente $r = 0.001597$; farà secondo Bouguer

$$b = r \times \text{cotan. } a = 0.0001960.$$

COROLLARIO II.

87. Quindi, essendo la velocità della luce in E alla velocità, colla quale giugne in A, come $1 : 1 + b$; farà la ragione di tali velocità secondo

Sim-

Simpson	}	1 : 1. 0002528
Bradley		1 : 1. 0002748
Cassini		1 : 1. 0002764
Bouguer		1 : 1. 0001960;

le quali ragioni, da quella di Bouguer in fuori, che risulta da refrazioni determinate nella zona torrida alquanto minori delle determinate in Europa, di assai poco differiscono da quella di 1 : 1. 000264, cioè dalla ragione, che l'Hauksbée trovò passare tra la velocità della luce nel vuoto, e quella, che ha nell'aria.

COROLLARIO III.

88. Essendosi in oltre trovata $m = 1 - \frac{1}{2} n^2 r^2 - nr \times \cotan. a$; tale formula, per la picciolezza di r , massimamente quando a s'allontana dagli gr. 90, si può senza errore sensibile prendere per $m = 1 - nr \times \cotan. a$, tralasciandovi il termine $\frac{1}{2} n^2 r^2$, come minuzia da non tenerne conto. Sicchè sarà a un di presso

$$1 - m = nr \times \cotan. a,$$

ed

$$\frac{1 - m}{n} = r \times \cotan. a.$$

E' an-

E' anche

$$b = r \times \cotan. a.$$

Dunque

$$b = \frac{1 - m}{n}.$$

Per la qual cosa farà b secondo

$$\text{Simpson} = 0.0002527$$

$$\text{Bradley} = 0.0002766$$

$$\text{Cassini} = 0.0002867$$

$$\text{Bouguer} = 0.0002053;$$

li quali valori di poco differiscono dagli precedenti, per altra strada determinati.

COROLLARIO IV.

89. Di più essendo $m = \frac{1 + b}{1 + e}$; sarà

$$1 + e = \frac{1 + b}{m},$$

ed

$$e = \frac{1 + b}{m} - 1 = \frac{1 + b - m}{m}$$

62 T R A T T A T O

$$= \frac{nb + b}{m} = \frac{n + 1}{m} \times b = \frac{n + 1}{m} \times \frac{1 - m}{n}$$

Sicchè l'altezza della prima superficie refringente dell'atmosfera sulla superficie della terra sarà a un di presso in parti del raggio terrestre, supposto = 1, secondo

Simpson = 0.001645

Bradley = 0.001939

Cassini = 0.001853

Bouguer = 0.001545;

e perciò secondo

Simpson	} di tese	{	5381
Bradley			6343
Cassini			6062
Bouguer			5054,

essendo il raggio terrestre di tese 3271600.

COROLLARIO V.

90. Finalmente si supponga essere R la refrazione orizzontale a livello del mare, E l'altezza della prima superficie refringente dell'atmosfera sul detto livello, r la refrazione pure orizzontale a qualunque altezza sull'istesso detto livello, ed e l'altezza dell'istesso

D' A S T R O N O M I A. 63
istessa prima superficie refringente dell'atmosfera sul luogo dell'osservazione; faranno

$$m = 1 - \frac{1}{2} n^2 R^2$$

$$m = 1 - \frac{1}{2} n^2 r^2.$$

Or essendo

$$m = 1 - \frac{1}{2} n^2 r^2,$$

farà

$$r^2 = \frac{2}{n} \times \frac{1 - m}{n} = \frac{2}{n} \times b.$$

Ma

$$e = \frac{n + 1}{m} \times b$$

e conseguentemente

$$b = \frac{m}{n + 1} \times e.$$

Sicchè

$$r^2 = \frac{2m}{n(n + 1)} \times e.$$

Si-

TRATTATO
Similmente si trova essere

$$R^2 = \frac{2m}{n(n+1)} \times E.$$

Sicchè

$$R^2 : r^2 = \frac{2m}{n(n+1)} \times E : \frac{2m}{n(n+1)} \times e = E : e;$$

e perciò

$$R : r = \sqrt{E} : \sqrt{e}.$$

Sicchè le refrazioni orizzontali relativamente una al livello del mare, e l'altra a qualunque altezza su tale livello, sono tra esse nella ragione delle radici delle altezze della prima superficie refringente dell'atmosfera su i luoghi delle osservazioni.

AVVERTIMENTO I.

91. Si noti che dall'avere in quest'ultimo corollario determinato essere la refrazione orizzontale relativamente a un sito più basso maggiore di quella, che si ha in un sito più alto, si può sicuramente concludere essere le refrazioni corrispondenti a tutte le distanze apparenti dal zenit relativamente a un sito più basso rispettivamente maggiori delle refrazioni corrispondenti alle medesime distanze apparenti dal zenit relativamente a qualunque altro sito più alto. Or ciò però è il contrario di quello accaderebbe, se avesse

avesse luogo la refrazione rettilinea. Nell'ipotesi della refrazione rettilinea le refrazioni, corrispondenti alle diverse distanze apparenti dal zenit relativamente a un sito più basso, debbono essere minori rispettivamente delle refrazioni, corrispondenti alle medesime distanze dal zenit relativamente a un sito più alto. In fatti contrassegnino LM la superficie regolare della terra, Fig. 8, O il centro dell'istessa terra, C la cima d'un monte, OZ la verticale di C, PQ la superficie refrattiva dell'atmosfera, e BA, DC due raggi di luce refratti, che giungono in linee rette a due spettatori, posti in A, e C, sotto angoli ZAB, ZCD uguali, acciò le distanze apparenti del corpo celeste, guardato dagli detti punti, sieno uguali. Essendo uguali gli angoli ZAB, ZCD; sarà la somma degli angoli AOB, ABO uguale alla somma degli altri due COD, CDO. Ma l'angolo AOB è maggiore di COD. Dunque l'angolo refratto ABO relativamente al punto A è minore dell'angolo refratto CDO relativamente al punto C. E perciò l'angolo della refrazione, o sia la refrazione astronomica relativamente ad A è minore dell'angolo della refrazione, o sia della refrazione astronomica relativamente al punto C. Non deve intanto ciò recare meraviglia; perchè nell'ipotesi della refrazione rettilinea si suppone la luce refrangerli solamente in passare per

Tom. II.

E

la

la superficie refrattiva PQ; onde la refrazione maggiore, o minore in tale ipotesi deriva dall'angolo d'inclinazione del raggio incidente maggiore, o minore. E perciò come nel supposto caso l'angolo refratto in D è maggiore del refratto in B; così deve essere l'angolo d'inclinazione in D anche maggiore dell'angolo d'inclinazione in B, e conseguentemente la refrazione in C maggiore della refrazione in A. Nell'ipotesi poi della refrazione curvilinea, perchè la luce si va continuamente refrangendo dalla superficie PQ fino all'occhio dello spettatore; perciò il raggio, che giugne in C, come che non passa per la parte dell'atmosfera dell'altezza AC, e della massima densità, deve soffrire minore refrazione dell'altro, che, per giugnere in A, deve scorrere la detta parte dell'atmosfera. Quindi è che avendo luogo in Natura la refrazione curvilinea, e non la rettilinea, colle osservazioni si sono trovate le refrazioni alle diverse distanze apparenti dal zenit in un sito più alto rispettivamente minori delle determinate alle medesime distanze apparenti dal zenit in un sito più basso.

AVVERTIMENTO II.

92. Si noti anche che essendo la densità dell'atmosfera la cagione delle refrazioni astronomiche, col variare di quella, debbono

no pure queste proporzionalmente variare. Il Barometro ci ha fatto conoscere che l'atmosfera in siti diversi della terra, e anche nell'istesso sito in diversi tempi non è dell'istesso peso, e conseguentemente dell'istessa densità; e colle sue altezze diverse ci misura i pesi diversi della medesima. Il Termometro poi ci dinota le continue variazioni di caldo, e di freddo, alle quali è sottoposta ben anche l'atmosfera, e per cagione delle quali la sua densità pure si altera. Quindi le refrazioni astronomiche da registrare nelle tavole di esse, debbono essere determinate relativamente a un determinato grado di densità dell'atmosfera; e non sono da adoperarsi, senza saper dedurre da esse quelle, che competono al grado di densità, che ha l'atmosfera, quando occorre farne uso. Resta adunque da insegnare in che modo si debbono calcolare le refrazioni astronomiche da registrare nelle tavole di esse relativamente a un grado determinato di densità dell'atmosfera; e in che modo da tali refrazioni se ne debbono rilevare le corrispondenti al grado di densità, che ha l'atmosfera, qualora occorre farne uso. Perciò sia il

C A P. VI.

Della costruzione, e dell'uso delle Tavole delle refrazioni mezzane.

DEFINIZIONE.

93. Si chiamano *refrazioni mezzane* le refrazioni astronomiche calcolate relativamente al grado di densità dell'atmosfera, mezzano tra 'l grado massimo, e 'l grado minimo, a' quali l'atmosfera di rado vi perviene.

AVVERTIMENTO I.

94. Nelle tavole delle refrazioni astronomiche, corrispondenti a tutt'i gradi di distanze apparenti de' corpi celesti dal zenit, si hanno oggi le refrazioni mezzane, come quelle, che di picciola correzione hanno bisogno, per ridurle alle refrazioni corrispondenti al grado di densità, che ha l'atmosfera, quando occorre farne uso.

AV-

AVVERTIMENTO II.

95. Il famoso Abbate de la Caille, nel calcolare le sue tavole delle refrazioni mezzane, prese per grado mezzano di densità dell'atmosfera quello, che ha, qualora il Barometro è all'altezza di pollici 28, e 'l Termometro secondo la costruzione di Reaumur è al gr. 10 di caldo. [L'istesso grado supporremo anche noi sempre in seguito, quando diremo grado mezzano di densità dell'atmosfera.

AVVERTIMENTO III.

96. Già si è detto nel cap. precedente che, per calcolare secondo i principj teorici esposti nel medesimo cap. le tavole delle refrazioni, fa mestieri prima determinare coll'ajuto di pure osservazioni due refrazioni a due diverse distanze dal zenit, per dedurne da esse i valori di m , e di n ; e poscia procedere col valore di n alla calcolazione di tutte le altre. Or è difficile che le due refrazioni da determinare colle pure osservazioni, venghino determinate relativamente al grado mezzano di densità dell'atmosfera. Quindi due cose ci resta da insegnare, 1.^o in che modo le due dette refrazioni, determinate relativamente a qualunque grado di densità dell'atmosfera, si abbiano a ridurre

E 3

ridurre a refrazioni mezzane ; 2°. in che modo dalle refrazioni mezzane, già calcolate, si abbiano a rilevare le corrispondenti agli gradi di densità, che ha l'atmosfera, qualora occorre farne uso.

AVVERTIMENTO IV.

97. Si noti finalmente che quando diciamo dato il grado di densità dell'atmosfera, intendiamo essere data l'altezza del barometro, e dato il grado di caldo, o di freddo dinotato del termometro. Premesse tali cose, venghiamo al

P R O B L. VI.

98. *Ridurre a refrazione mezzana qualunque refrazione astronomica, determinata relativamente a qualsivoglia dato grado di densità dell'atmosfera, diverso dal grado mezzano.*

S O L U Z I O N E.

Si mettano relativamente al grado dato di densità dell'atmosfera l'altezza del barometro in linee = A , il grado di caldo, o di freddo, dinotato dal termometro di Reaumur = G , e la refrazione data = R .

Ri-

Riduzione I^a relativamente al Barometro.

Variandosi, supposto il grado di caldo, o di freddo l'istesso, la densità dell'atmosfera a proporzione, che si varia il peso della medesima, e conseguentemente a proporzione che si varia l'altezza del barometro: se in ordine all'altezza data A del Barometro, all'altezza di pol. 28, e alla refrazione data R si trova il quarto proporzionale, che per chiarezza chiamo Q ; sarà Q la refrazione corrispondente all'altezza del barometro di pol. 28, e al grado di caldo, o di freddo dinotato dal termometro di Reaumur con G .

Riduzione II^a relativamente al Termometro.

E' già noto che dell'atmosfera, qualora il peso è l'istesso, la densità si diminuisce, se il caldo cresce, e s'accresce, se il caldo si diminuisce. Onde, qualora il peso dell'atmosfera è l'istesso, le refrazioni astronomiche col crescere del caldo si diminui-

E 4

lco.

icono, e col diminuirsi il caldo s'accreiscono: però, non costituendo le densità diverse dell'atmosfera co' corrispondenti gradi del termometro, reciprocamente presi, proporzione, non si può coll'ajuto d'alcuna proporzione una refrazione determinata relativamente a un grado di caldo, o di freddo ridurre alla misura, che deve avere in un altro grado. Il famoso abbate de la Caille intanto con combinare una moltitudine di refrazioni astronomiche, determinate relativamente a gradi diversi del termometro di Reaumur, e ridotte tutte alle misure convenienti all'altezza del barometro di pol. 28, trovò che ogni refrazione astronomica, conveniente all'altezza del barometro di pol. 28, è di certa grandezza, qualora il termometro di Reaumur è al gr. 10 di caldo, e che si diminuisce, o s'accresce di $\frac{2}{27}$, qualora il termometro per rispetto del detto gr. 10 s'accresce, o si diminuisce di gr. 10, di $\frac{2}{27}$, qualora s'accresce, o si diminuisce di gr. 20, di $\frac{3}{27}$, qualora s'accresce, o si diminuisce di gr. 30, e così procedendo innanzi. Sicchè in conseguenza di ciò si può stabilire che ogni refrazione astronomica, ridotta alla misura conveniente all'altezza del barometro di pol. 28, è al gr. 10 di caldo del termometro di Reaumur di certa grandezza, e che tale grandezza si va successivamente diminuendo, o accrescendo di $\frac{1}{270}$, $\frac{2}{270}$, $\frac{3}{270}$, $\frac{4}{270}$, ec.,

secondochè il mercurio nel detto termometro si va successivamente accrescendo, o diminuendo in altezza per rispetto di quella, che ha al gr. 10 di caldo, di 1, 2, 3, 4, ec. gr. dell'istesso termometro. Quindi, posta la refrazione mezzana cercata = x , e posto il numero de' gradi del termometro, pe' quali il dato grado G eccede, o manca dal grado 10 di caldo, = n , s'avrà

$$x \mp \frac{n}{270} x = Q.$$

Sicchè

$$x = \frac{270}{270 \mp n} \times Q.$$

Ch'è ciò, che bisognava determinare.

E S E M P I O .

Sia determinata la refrazione orizzontale di 29°. 57", qualora il barometro è all'altezza di 26 pol. 8 lin., e'l termometro è al gr. 18 di caldo; si vuole trovare la refrazione orizzontale mezzana.

C A L C O L O .

Essendo

$$26 \text{ pol. } 8 \text{ lin.} = 320 \text{ lin.}$$

$$28 \text{ pol.} = 336 \text{ lin.}$$

$$29^\circ . 57'' = 1797'',$$

farà

farà

$$320 : 336 = 1797'' : Q.$$

Sicchè

$$Q = 1886'' . 8 .$$

In oltre

$$n = 18 - 10 = 8 .$$

E perciò

$$\alpha = \frac{270}{270 - n} \times Q = \frac{270}{262} \times 1886 . 8 \\ = 1944'' = 32' . 24'' .$$

P R O B L . VII.

99. *Ridurre qualunque refrazione mezzana alla misura conveniente a qualsivis dato grado di densità dell'atmosfera.*

S O L U Z I O N E .

Si mettano relativamente al grado dato di densità dell'atmosfera l'altezza del barometro = A, e'l numero de' gradi del termometro =

D' A S T R O N O M I A . 75
mometro di Reaumur, pe' quali il grado dato di caldo, o di freddo eccede, o manca dal gr. 10 di caldo = n; e si mettano altresì la refrazione mezzana data = R, e la refrazione cercata = x.

Si trovi in ordine a pol. 28, all'altezza A, e ad R il quarto proporzionale $\frac{1}{28} A \times R$; darà $\frac{1}{28} A \times R$ la refrazione mezzana data ridotta alla misura conveniente ai gradi di densità dell'atmosfera, qualora il barometro è all'altezza A, e 'l termometro è al gr. 10 di caldo. E perchè tale refrazione pel dato grado di densità dell'atmosfera eccede, o manca dalla cercata di quanto il dinota $\frac{1}{270} n \times R$. Sicchè è la refrazione cercata $x = \frac{1}{28} A \times R \mp \frac{1}{270} n \times R = (\frac{1}{28} A \mp \frac{1}{270} n) R$. Ch'è ciò, che bisognava determinare.

A V V E R T I M E N T O I.

100. Si noti che il 28 della formola trovata esprime pollici, se A viene espressa pure in pollici; ma se A viene espressa in linee, in tale caso i pollici 28 si debbono ridurre in linee 336.

E S E M P I O .

Sia alla distanza di 84° de' corpi celesti dal zenit la refrazione mezzana 5' . 23'' . 6 = 323'' . 6; si vuole tale refrazione mezzana ri-

ridurre alla misura conveniente alla densità dell'atmosfera, qualora il barometro è all' altezza di 26 pol. 8 lin., e'l termometro di Reaumur è al gr. 15 di caldo.

C A L C O L O .

$$\begin{aligned} 28 \text{ pol.} &= 336 \text{ lin.} \\ 26 \text{ pol. } 8 \text{ lin.} &= 320 \text{ lin.} \\ n = 15 - 10 &= 5. \end{aligned}$$

Dunque è la refrazione cercata, o sia

$$\begin{aligned} x &= \left(\frac{1}{24} A - \frac{1}{270} n \right) R = \left(\frac{22}{24} - \frac{1}{54} \right) 323^{11}.6 = \frac{1055}{114} \times 323^{11}.6 = 0. \\ 933 \times 323^{11}.6 &= 302^{11}.2 = 5^{11}.2. \end{aligned}$$

A V V E R T I M E N T O II.

101. Si noti anche che come i limiti, tra' quali si trovano ordinariamente comprese le altezze del barometro, sono 26 pol. 6 lin., e 28 pol. 9 lin., ed i limiti, tra' quali si trovano ordinariamente compresi nel termometro di Reaumur i gradi di caldo, e di freddo dell'atmosfera, sono il gr. 30 sopra il zero, e'l gr. 8 sotto: così se s'anderà supponendo A successivamente di 26 pol. 6 lin., 26 pol. 7 lin., 26 pol. 8 lin., e così procedendo coll' avanzo sempre d'una linea fino all' altezza di 28 pol. 9 lin., e relativamente a ciascuna di sì fatte altezze del barometro

rometro s'anderà supponendo il grado del termometro di Reaumur essere successivamente 0, 1, 2, 3, 4 - - - - 30 sopra il zero, e 1, 2, 3 - - - - 8 sotto il zero, e secondo ciascuna di tali supposizioni s'anderà determinando il valore della formola $\frac{1}{28} A - \frac{1}{270} n$; s'avranno altrettanti numeri, che, registrati in alcune tavole in corrispondenza delle altezze del barometro, e de' gradi del detto termometro, somministrano pronti al bisogno que' numeri, pe' quali bisogna moltiplicare le refrazioni mezzane, per avere le refrazioni convenienti agli gradi di densità dell'atmosfera.

A V V E R T I M E N T O III.

102. Nella fine delle Tavole astronomiche del Signor de la Lande si trovano tali tavole, dette *Tavole delle densità dell'aria*: però i numeri compresi in esse hanno qualche picciolissima differenza da quei, che verrebbero calcolati del modo già detto, come calcolati coll' ajuto d' un' altra formola dal Signor Bonne, stabilita in conseguenza di molte esperienze, e di molti calcoli fatti sulle densità dell'aria, e di molte verificazioni fatte con refrazioni determinate in conseguenza di pure osservazioni.

A V V E R T I M E N T O I V .

103. Da quanto fin qui s'è insegnato, si rileva 1.^o che per calcolare le tavole delle refrazioni mezzane, bisogna prima colle pure osservazioni determinare due refrazioni a due diverse distanze de' corpi celesti dal zenit del modo, che in seguito s' insegnerà; 2.^o che avendo luogo riguardo alle stelle fisse la refrazione, e non la parallasse, le refrazioni da determinare colle pure osservazioni, conviene determinarle coll'ajuto di qualche stella fissa; 3.^o che finalmente avendo luogo per riguardo della maggior parte de' pianeti e la refrazione, e la parallasse insieme, non si possono le parallassi di tali corpi determinare, senza che sieno prima determinate le refrazioni. Premesse intanto tali cose, procediamo ora alle operazioni fondamentali dell' Astronomia.

CAP.

C A P. V I I .

S' insegnano alcune operazioni astronomiche da premettere a tutte le altre.

D E F I N I Z I O N E .

104. Si dice *linea meridiana* una linea tirata su qualunque superficie per un dato punto, ed esistente nel piano del meridiano procedente pel medesimo punto.

C O R O L L A R I O .

105. Quindi la meridiana relativamente a un dato punto di qualunque superficie è la comune sezione dell' istessa superficie col meridiano procedente pel medesimo punto. E perciò la meridiana può essere e linea retta, e linea curva, secondochè la superficie, su cui viene tirata, è piana, o curva.

A V V E R T I M E N T O .

106. Ordinariamente le meridiane si tirano su superficie piane; e tali superficie, se le meridiane vanno fatte per uso di orologi a fo-

80 T R A T T A T O
a sole, sono ordinariamente orizzontali, o verticali; ma se vanno fatte per gli soli usi astronomici, sono tutte orizzontali.

P R O B L. VIII.

107. *Conoscere coll' ajuto d' un quadrante astronomico se una stella è nell'emisfero orientale, o occidentale, e misurare la sua altezza apparente meridiana, senza che sia ancora determinata la direzione del meridiano del luogo dell' osservazione.*

S O L U Z I O N E.

1. Si metta il quadrante in sito verticale, e col cannocchiale diretto alla stella in modo, che apparisca ella per mezzo divisa dal suo filo orizzontale.

Se, lasciato il quadrante immobile nel detto sito, apparisce la stella a poco a poco andarsi allontanando dal detto filo verso giù, è segno in tal caso che la stella procede salendo, e che conseguentemente è nell' emisfero orientale; se poi apparisce andarsi allontanando verso su, è segno in tale altro caso, che procede discendendo, e che conseguentemente è nell' emisfero occidentale.

2. Si vada col quadrante accompagnando continuamente la stella in modo, che apparisca sempre per mezzo divisa dal detto filo; e ciò si faccia, finchè la stella, essendo nell'

D' A S T R O N O M I A. 81
nell' emisfero orientale, giunga all' altezza massima, ed essendo nell' emisfero occidentale, se è stella, che non mai tramonta, giunga all' altezza minima, vale a dire all' altezza, che nel primo caso non s' accresce di vantaggio, e nel secondo caso di vantaggio non si diminuisce.

L' altezza massima, o minima determinata è l' altezza apparente meridiana cercata. Ch' è quanto bisognava fare.

P R O B L. IX.

108. *Determinare relativamente a un orologio esatto, accomodato al moto delle stelle fisse, il tempo del passaggio d' una stella per meridiano, senza che sia nota ancora la direzione del meridiano del luogo dell' osservazione.*

S O L U Z I O N E.

1. Si misuri un' altezza apparente della stella coll' ajuto del quadrante, quando tale stella è nell' emisfero orientale; e si noti il tempo, che dimostra allora l' orologio.

2. Si vada da tempo in tempo misurando l' altezza dell' istessa stella, finchè si veggia ella ritornata nell' emisfero occidentale a un' altezza uguale alla misurata; e si noti pure, quando apparisce giunta a sì fatta altezza, il tempo, che dimostra allora l' orologio.

3. De'tempi notati se ne prenda la differenza, e la metà di essa s'aggiunga al primo tempo notato.

La somma, che nasce, dà il tempo cercato; cioè il tempo, che dinotava tale orologio nel momento, in cui la stella è passata pel meridiano. Ch'è ciò, che bisognava determinare.

DIMOSTRAZIONE.

Fig. 9. Contraffegnino relativamente al luogo dell'osservazione HZM il meridiano, HO l'orizzonte, Z il zenit, P il polo visibile, LM il parallelo, che apparisce descrivere la stella, AZ, CZ i due verticali, ne' quali l'istessa stella apparisce ne' momenti, in cui si misurano le altezze uguali, e PB, PD gli archi de' cerchi di declinazione, che passano per B, e D. Dinoteranno AB, DG le altezze uguali; onde sarà $BZ = DZ$. E potendosi prendere la declinazione della stella come costante tra gli tempi notati, sarà anche $PB = PD$. Sicchè ne' due triangoli sferici BPZ, DPZ i lati dell'uno sono rispettivamente uguali agli lati dell'altro. Onde gli angoli orarj BPZ, DPZ sono uguali; e perciò uguali sono anche i tempi, ne' quali la stella apparisce mossa per BL, LD. Per la qual cosa se al tempo, che dinota l'orologio, quando la stella apparisce in B, s'aggiugne la metà di quello, che

che scorre intanto che la stella apparisce mossa per BLD, si ha il tempo, che dinota l'orologio nel momento del passaggio della stella pel meridiano. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

AVVERTIMENTO I.

109. Si noti che se l'orologio ritarda, o accelera relativamente al moto apparente delle stelle fisse, e l'ritardamento, o accelerazione dell'orologio in una rivoluzione diurna delle stelle fisse è di $2^1. 43^{11}$; in tale caso il tempo determinato del modo già insegnato dà il tempo, in cui la stella è passata pel meridiano nella notte dell'osservazione; però nella notte seguente deve passarvi, quando l'istesso orologio dimostra il medesimo tempo diminuito, o accresciuto di $2^1. 43^{11}$.

AVVERTIMENTO II.

110. Si noti di vantaggio che niente importa che le ore dell'orologio corrispondano sì, o no colle ore computate dal mezzogiorno: ci basta solamente che l'orologio sia esattissimo nel suo movimento, e che sia con precisione accomodato al moto delle stelle, o che sia con precisione determinato di quanto l'istesso orologio ritarda, o accelera.

lera relativamente al moto apparente delle dette stelle.

P R O B L. X.

III. *Tirare su d' un piano orizzontale per un dato punto la linea meridiana.*

S O L U Z I O N E.

1. Si determini relativamente a un orologio il tempo del passaggio d' una stella pel meridiano per la notte dell' operazione.
2. Si sospenda con un ordigno un sottile, e lungo filo liberamente, e con un peso nella parte inferiore in corrispondenza del punto dato.
3. Si metta sul piano orizzontale, a quanta maggiore distanza riesce possibile dal detto filo, un piedestallo, che porti un braccio a un di presso a squadra, e mobile intorno a esso, con un altro filo di minor lunghezza liberamente pendente dall' estremo di sì fatto braccio, e con un peso pure nella parte inferiore.
4. Avvicinato il tempo del passaggio della stella pel meridiano, si disponga il piedestallo in modo, che riguardando per ambedue i fili alla stella, con tenere l'occhio alquanto discosto dal filo minore, e con tenere il filo maggiore ben illuminato, acciò si renda all'occhio visibile, si vegga essa stel-

stella da tali fili per mezzo divisa: s'avverrà però che il braccio allora conviene situarlo con qualche obbliquità per rispetto del filo lungo; acciò con andarlo alquanto successivamente girando, possa sempre andarsi vedendo la stella nella direzione de' due fili, e da essi sempre per mezzo divisa.

5. Si profegua tale operazione fino al momento del passaggio della stella pel meridiano; e allora si lasci immobile il braccio, che porta il filo minore.

6. Finalmente si noti con diligenza il punto del piano orizzontale, a cui esattamente corrisponde il detto filo minore; e da sì fatto punto al punto dato si tiri la linea retta.

Sarà tale retta la meridiana cercata. Ch' è ciò, che bisognava fare.

A V V E R T I M E N T O I.

II2. Si noti che, essendo nel momento del mezzogiorno il centro del Sole nel meridiano, se da un punto d' una linea meridiana s'innalza verticalmente uno stile, l'ombra di esso nel momento del mezzogiorno deve cadere sulla detta linea; e che se a qualche altezza sul piano della meridiana si fa che vi sia un foro circolare col centro suo nel piano verticale, procedente per l'istessa meridiana, il raggio solare, che entrerà per tale foro nel momento del

del mezzogiorno rappresenterà sul piano della detta linea un'immagine solare rotonda, la quale avrà il suo centro nella medesima meridiana.

COROLLARIO I.

113. Quindi la meridiana addita quando è il momento del mezzogiorno, e l'addita o coll'ombra d'uno stile, come ordinariamente accade negli orologi a sole, o col centro d'un'immagine solare, rappresentata sul piano della linea dalla luce solare, che si fa passare per un foro circolare, fatto a qualche altezza sul piano dell'istessa linea, come accade a tutte le meridiane tirate per usi astronomici.

AVVERTIMENTO II.

Fig. 10 114. Sieno P, e R i poli terrestri, PER, PQR due mezzi meridiani, EQ un arco dell'equatore terrestre, e AB l'arco simile del parallelo, in cui si trova Napoli, cioè del parallelo della latitudine di $40^{\circ} . 50^{\circ} . 15''$. Se il meridiano PQR è di 1° più orientale di PER. Sarà EQ di 1° , e conseguentemente di miglia 60. E perchè EQ: AB, come il raggio dell'equatore al raggio del detto parallelo, ovvero come il seno massimo al coseno della latitudine del medesimo parallelo; se in ordine al seno massimo,

sino, al coseno di $40^{\circ} . 50^{\circ} . 15''$, e alla lunghezza di EQ di miglia 60 si trova il quarto proporzionale, tale quarto proporzionale dà la lunghezza dell'arco AB in miglia; la quale lunghezza, fatto il calcolo, si trova essere di miglia 45. 39. Or apparando il Sole fare l'intera rivoluzione giornaliera di 360° in 24^{or} , apparirà muoversi per 1° in 4^{r} . E perciò il mezzogiorno ne' luoghi, che sono nel meridiano PQR, di 4^{r} anticipa quello de' luoghi, che sono nel meridiano PER d'un grado più occidentale. Se poi il meridiano PQR è di 1^{r} più orientale di PER; essendo in tale caso EQ di un miglio, sarà AB di can. 664. 3, e'l mezzogiorno in PQR anticiperà quello di PER di 4^{r} . E finalmente se il meridiano PQR è di $15''$ più orientale di PER; essendo in tale altro caso EQ di $\frac{1}{4}$ di miglio, sarà AB di can. 166, e'l mezzogiorno in PQR anticiperà quello di PER di 1^{r} .

COROLLARIO II.

115. Quindi due luoghi terrestri, che sono uno più orientale dell'altro di un miglio nell'equatore, o di can. 664. 3 nella latitudine di Napoli, hanno il mezzogiorno in uno di 4^{r} prima che nell'altro. Similmente due luoghi terrestri, che sono uno più orientale dell'altro di $\frac{1}{4}$ di miglio nell'

F 4

equa-

equatore, o di cann. 166 nella latitudine di Napoli, hanno il mezzogiorno in uno di 1¹¹ prima che nell'altro.

AVVERTIMENTO III.

116. Si noti che, potendosi in una Città grande fare delle osservazioni astronomiche in più siti, che hanno differenze di meridiani sensibili, conviene che ogni Astronomo in notare i tempi, che occorre notare per le sue osservazioni, noti anche il sito, in cui sono fatte; acciò, venendo fatte in altri siti, non si prendano per errori le differenze de' tempi, che derivano dalle differenze de' meridiani.

AVVERTIMENTO IV.

117. Sieno di vantaggio P, e R i poli terrestri, PER, PQR due mezzi meridiani, EQ un'arco dell'equatore terrestre, e AB un arco simile di qualunque parallelo. S'intendano per E, e Q tirate le meridiane; saranno esse tangenti de' detti mezzi cerchi in E, e Q; e perciò saranno parallele all'asse terrestre PR, e conseguentemente parallele tra esse. S'intendano in oltre per A, e B tirate pure le meridiane; saranno tali meridiane tangenti de' medesimi detti mezzi cerchi in A, e B; e perciò s'uniranno.

s'uniranno in X coll'asse terrestre RP prolungato in X.

COROLLARIO III.

118. Sicchè le meridiane tirate per gl' infiniti diversi punti della linea equinoziale sono tutte tra esse parallele; le meridiane poi tirate per tutti gl' infiniti diversi punti della periferia di qualunque parallelo terrestre non sono tra esse parallele, ma tutte, se venissero prolungate, s'unirebbero nel medesimo punto dell'asse terrestre, anch'esso prolungato.

AVVERTIMENTO V.

119. S'intenda ulteriormente essere AB un'arco del parallelo, in cui si trova Napoli, cioè del parallelo della latitudine di $40^{\circ} . 50' . 15''$, ed essere AX, BX le meridiane de' punti A, e B sì poco distanti tra essi, che l'angolo AXB sia di un minuto primo, affinchè si possano senza errore sensibile prendere le dette meridiane come parallele, e l'arco AB per una linea retta. S'intenda di più tirato il raggio terrestre OA. Essendo per l'ipotesi AE di $40^{\circ} . 50' . 15''$, farà l'angolo AOX di $49^{\circ} . 9' . 45''$. E' il raggio terrestre AO di pal. 24163153. Dunque nel triangolo rettilineo OAX, rettangolo in A, sono noti il cate-
to

to OA, e l'angolo acuto AOX. Perciò coll'ajuto della Trigon: piana si può determinare l'altro cateto AX; che, fatto il calcolo, si trova essere di palmi 27956261, ovvero a un di presso di miglia $3979 \frac{1}{2}$. Or essendo nel triangolo isoscele rettilineo AXB noti l'angolo AXB di 1° per l'ipotesi, l'angolo ABX conseguentemente di $89^\circ.59' \frac{1}{2}$, e 'l lato AX già determinato, si può coll'ajuto dell'istessa detta Trigonometria determinare la base AB; la quale base, fatto il calcolo, si trova essere di palmi 8132, o sia di un miglio, e pal. 1107.

COROLLARIO IV.

120. Sicchè alla latitudine di Napoli le meridiane tirate per punti diversi, purchè non sia uno più orientale dell'altro d'una distanza maggiore d'un miglio, e pal. 1107, si possono prendere senza errore sensibile per parallele.

AVVERTIMENTO VI.

121. Si noti finalmente che gli altri metodi di tirare le meridiane s'insegneranno appresso, dopo sviluppatine i fondamenti di essi. E appresso s'insegnerà altresì quali cautele sono da adoperare per tirare le gran meridiane, e quali punti vanno notati in esse, per poter discernere col ajuto di essi quan-

do

do succedono gli equinozj, quando i solstizj, e quando il Sole apparisce entrare in ciascuno de' segni del zodiaco. Una meridiana intanto, tirata del modo già insegnato, è sufficientissima a un Astronomo per disporre, e fissare un cannocchiale coll'asse suo nel piano del meridiano, lasciandoli il solo movimento verticale, a fine di poter osservare con tale strumento i passaggi de' corpi celesti pel meridiano; per situare un quadrante da muoversi solamente verticalmente, ma sempre col suo piano nel piano del meridiano, a fine di poter misurare con tale altro strumento le altezze meridiane de' corpi celesti; e per disporre qualunque altro quadrante, provveduto d'un cerchio graduato da misurarci gli angoli azzimuttali in modo da essere diretti i cardini di settentrione, e mezzogiorno di tale detto cerchio agli corrispondenti cardini del mondo.