

TRATTATO
D' ASTRONOMIA.

TRATTATO
D' ASTRONOMIA
DI
VITO CARAVELLI:

TOMO III.



DONO EREDI DI
NICOLA E NICOLETTA GATTINI

IN NAPOLI

Nella Stamperia de' RAIMONDI

Con licenza de' Superiori

MDCCLXXXIV.

GATTINI

T
30/3



INDICE

De' Capi contenuti in questo
Tomo .

LIBRO III.

De' principali sistemi del Mondo ,
e di quanto ha ad essi imme-
diato rapporto .

Definizioni Preliminari .	pag. 1
Osservazioni preliminari .	9
Altre definizioni preliminari .	16
CAP. I. S' espongono i tre sistemi di Tolomeo di Copernico , e di Ticone .	18
Sistema di Tolomeo .	24
Sistema di Copernico .	30
Sistema di Ticone .	34
CAP. II. Della teorica del moto annuo del Sole secondo Tolomeo .	34
CAP. III. S' insegna il modo praticato da Tolomeo in determinare i luoghi dell' apogeo , e perigeo dell' orbita solare , e l' eccentricità dell' istessa orbita relativamente al raggio dell' eccentrico a e s insegnano altresì i modi d' esse	

eseguire secondo Tolomeo tutte le altre determinazioni spettanti il moto annuo del Sole. 48

CAP. IV. *Si spiegano nel sistema copernicano l'apparente moto diurno di tutt' i corpi celesti, l'apparente moto annuo del Sole, e le vicende delle stagioni, de' giorni, e delle notti.*

Spiega dell'apparente moto diurno di tutt' i corpi celesti. 67

Spiega dell'apparente moto annuo del Sole. 70

Spiega delle vicende delle stagioni. 72

CAP. V. *Si spiegano nel sistema copernicano le direzioni, le stazioni, e le retrogradazioni de' pianeti primarij, e se ne deducono le conseguenze, che immediatamente dedurre se ne possono da tali spieghe.*

Spiega per gli pianeti superiori. 79

Spiega per gli pianeti inferiori. 87

CAP. VI. *Si stabiliscono le forze, per le quali i pianeti si muovono nelle proprie orbite.* 96

CAP. VII. *Della legge, che osserva ogni pianeta in girare per la propria orbita relativamente alla velocità; e della ragione, che hanno le velocità di due pianeti in due punti qualunque delle proprie orbite, qualora queste vengono descritte intorno all' istesso centro delle forze.* 108

CAP. VIII. *Della legge, secondo la quale la forza centripeta fa azione alle diverse distanze dal centro delle forze.* 117

CAP. IX. *S' espongono altri importanti teoremi, che alla teorica delle forze centripete de' pianeti appartengono.* 129

L I:

LIBRO IV.

Delle principali determinazioni da fare relativamente alli pianeti primarij.

Definizioni, e nozioni preliminari. 143

CAP. I. *Delle fondamentali determinazioni relativamente all' orbita terrestre.* 171

CAP. II. *S' insegna a determinare la longitudine dell'apogeo del Sole, e quanto da sì fatta determinazione immediatamente deriva.* 186

CAP. III. *Della determinazione di qualunque equinozio medio in conseguenza delle determinazioni già insegnate, qualora è determinata l'equinozio vero corrispondente.* 213

CAP. IV. *Si definiscono, e determinano tutte le spezie di anni solari.* 220

CAP. V. *Dell' Epoche, o sieno Radici delle longitudini medie del Sole, e delle longitudini dell'apogeo solare; de' modi di determinarle, e degli usi delle medesime.* 243

CAP. VI. *Del modo di ricavare per riguardo della terra dalle anomalie medie le anomalie vere corrispondenti, e le corrispondenti equazioni del centro; e del modo di determinare per qualunque tempo il luogo vero del Sole.* 263

CAP. VII. *S' insegnano i principali metodi di determinare le parallassi orizzontali de' corpi celesti, soggetti alla parallasse, e quanto vi ha immediato rapporto.* 284

CAP. VIII. *S' insegna a determinare coll' aiuto d' osservazioni le opposizioni, e le congiun-* 210

- zioni col Sole de' pianeti primarj . 314
- CAP. IX. Delle determinazioni de' tempi periodici, e de' moti medii de' pianeti primarj . 337
- CAP. X. Si determinano in conseguenza d' osservazioni relativamente a Saturno, e a Giove l'equazione massima del centro, e'l luogo dell'afelio, o del perielio dell' orbita . 362
- CAP. XI. Si determinano in conseguenza d' osservazioni l' eccentricità delle orbite di Saturno, e di Giove; e si stabilisce circa tali orbite quanto da sè fatta determinazione immediatamente deriva . 376
- CAP. XII. S' espone un metodo generale per determinare riguardo a ogni pianeta l'afelio dell' orbita, l' eccentricità, e quanto da tali determinazioni immediatamente ne risulta . 402
- CAP. XIII. De' modi di determinare delle orbite de' pianeti primarj i nodi, e le inclinazioni . 443
- CAP. XIV. De' modi di determinare le longitudini, e latitudini eliocentriche de' pianeti primarj in conseguenza delle geocentriche, e le geocentriche in conseguenza dell' eliocentriche, le riduzioni all' eclittica, e le distanze de' medesimi pianeti sè dalla terra, che dal Sole . 456
- CAP. XV. Del modo di ricavare per riguardo di qualunque pianeta primario dalle anomalie medie le anomalie vere corrispondenti, e le corrispondenti equazioni del centro; e del modo di determinare per qualunque tempo le longitudini, e latitudini eliocentriche, e geocentriche di qualsivoglia pianeta primario, e le distanze, che ha e dal Sole, e dalla terra . 466
- CAP. XVI. Delle misure de' diametri, de' volumi, delle masse, e delle forze attraenti de' pianeti nelle proprie superficie . 497



TRATTATO D' ASTRONOMIA.

LIBRO III.

De' principali sistemi del
Mondo, e di quanto
ha ad essi immediato
rapporto.

DEFINIZIONI PRELIMINARI.

DEFINIZIONE I.

I.



I dice *orbita* d' un pianeta, o d' una cometa la curva intera, per cui il centro del pianeta, o della cometa va scorrendo in ogni rivoluzione periodica.

Tom. III.

A

AV.

AVVERTIMENTO.

2. Delle orbite in luoghi opportuni se ne dirà la vera forma, e se ne determineranno le situazioni. Sta bene qui avvertire che l'orbita del Sole, o per meglio dire della terra è nel piano dell'eclittica; essendo l'eclittica quel cerchio appunto, per la cui periferia apparisce scorrere il centro del Sole in ogni anno; e che tutte le altre orbite intersecano l'eclittica, sebbene con angoli alquanto diversi, e in siti diversi, secondo si determinerà ne' luoghi convenienti.

DEFINIZIONE II.

3. Di qualunque orbita, che interseca l'eclittica, si dicono *nodi* i due punti, ne' quali incontra il piano dell'eclittica; *limiti* i due punti, ognuno ugualmente distante dagli nodi; *linea de' nodi* la comune sezione del piano dell'orbita col piano dell'eclittica, o sia la retta, che congiugne i due nodi; e finalmente *luoghi de' nodi* i due punti della periferia dell'eclittica, che incontra la linea de' nodi prolungata,

DEFINIZIONE III.

4. De' nodi d' un' orbita si chiama *nodo ascendente* quello, da cui incomincia il corpo

po celeste nella sua rivoluzione periodica a scorrere la parte della sua orbita esistente nell'emisfero settentrionale per rispetto dell'eclittica; e *nodo discendente* l'altro, da cui incomincia l'istesso corpo a scorrere l'altra parte dell'orbita esistente per rispetto pure dell'eclittica nell'emisfero australe. Similmente de' limiti d' un' orbita si dice *limite settentrionale* quello, ch'è nella parte dell'orbita esistente per rispetto dell'eclittica nell'emisfero settentrionale; e *limite australe* l'altro, ch'è nella parte dell'orbita esistente pure per rispetto dell'eclittica nell'emisfero australe.

AVVERTIMENTO.

5. Gli Astronomi contrassegnano il nodo ascendente col segno $\odot$, e'l nodo discendente coll'altro segno $\oslash$.

DEFINIZIONE IV.

6. Se un corpo celeste in progredire col suo moto proprio per la sua orbita apparisce ora avanzarsi secondo l'ordine de' segni, ora retrocedere, e ora starfi per qualche tempo come immobile, senz' apparire nè procedere innanzi, nè retrocedere; si dice tale corpo celeste essere *diretto* nel primo caso, *retrogrado* nel secondo, e *stazionario* nel terzo.

A V V E R T I M E N T O .

7. Qui appresso si dirà che il Sole, e la Luna appariscono sempre diretti, e che gli altri pianeti si veggono ora diretti, ora stazionarij, e ora retrogradi. Si dirà altresì dove accadono sì fatte apparenze ne' detti corpi; ed in seguito si dirà come accadono.

D E F I N I Z I O N E V .

8. Due corpi celesti si dicono essere in *coniunzione*, se appariscono corrispondere all'istesso punto di cielo, o a punti dell'istessa longitudine, e di latitudini di poca differenza.

C O R O L L A R I O .

9. Quindi due corpi celesti nel giorno, in cui sono in *coniunzione*, debbono insieme nascere, e insieme tramontare, o nascere, e tramontare con picciola differenza.

D E F I N I Z I O N E V I .

10. Qui appresso si dirà che tutt' i pianeti s' osservano da tempo in tempo in *coniunzione* col Sole. Di sì fatte *coniunzioni* chiamiamo *coniunzione inferiore* quella, che accade, trovandosi il pianeta tra 'l Sole,
e la

e la terra; e *coniunzione superiore* quella, che succede, trovandosi il pianeta per rispetto della terra al di là dal Sole.

C O R O L L A R I O I .

11. Venendo ogni pianeta dal Sole illuminato, ed avendo conseguentemente sempre illuminata la parte rivolta al Sole, e la parte rimanente oscura: è facile a intendere che un pianeta ha alla terra rivolta tutta la parte illuminata nella *coniunzione superiore* col Sole, e tutta la parte oscura nella *coniunzione inferiore*.

A V V E R T I M E N T O I .

12. Si noti che ogni pianeta per certo intervallo di tempo prima, e dopo la sua *coniunzione* col Sole si rende invisibile, nascendo allora, e tramontando col Sole, o con picciola differenza; vale a dire quando il lume forte del giorno non permette poter discernere la sua luce debile. Si noti altresì che se un pianeta prima della *coniunzione* col Sole si vede di mattina all'oriente prima di spuntare il Sole, dopo la *coniunzione* si vede ricomparire di sera all'occidente dopo tramontato il Sole, e all'opposto. E finalmente si noti che il tempo, che scorre dallo sparire d'un pianeta prima della *coniunzione* fino al ricom-

parire dopo, è diverso, secondo i diversi pianeti.

COROLLARIO II.

13. Essendo rivolta alla terra tutta la parte oscura d'un pianeta, qualora è nella congiunzione inferiore col Sole, e tutta la parte illuminata, qualora è nella congiunzione superiore: è facile pure a intendere che quando un pianeta incomincia a ricomparire dopo la congiunzione, deve ricomparire con picciola parte illuminata del suo disco, se è stato nella congiunzione inferiore, e con quasi l'intero disco illuminato, se è stato nella congiunzione superiore. Ed ecco in che modo si può conoscere, se la congiunzione avuta da un pianeta col Sole è stata l'inferiore, o la superiore.

AVVERTIMENTO II.

14. Si noti anche che in alcune congiunzioni inferiori col Sole di que' pianeti, che hanno col Sole tali congiunzioni, la retta procedente dal centro della terra al centro del pianeta corrisponde a qualche punto del disco solare. In tale caso s'osserva passare il pianeta per avanti il Sole da tutti gli abitanti della terra, per rispetto de' quali tale passaggio succede non di notte, ma di giorno; e s'osserva scorrere pel disco solare una

una macchia nera, che non è, se non un'apparenza derivante dall'essere la vista priva di vedere, per l'interposizione del pianeta, la corrispondente parte del Sole.

AVVERTIMENTO III.

15. Si noti finalmente che tre pianeti hanno congiunzioni inferiori col Sole, come si dirà in seguito, la Luna, Mercurio, e Venere. Quando la macchia nera, che s'osserva passare pel disco solare, viene prodotta dalla Luna, si dice allora tale fenomeno impropriamente *eclisse del Sole*; essendo realmente eclisse della terra: quando poi è prodotta da Mercurio, o da Venere; in tale caso si dice semplicemente *passaggio di Mercurio, o di Venere pel disco solare*.

DEFINIZIONE VII.

16. Due corpi celesti si dicono *in opposizione*, se appariscono in punti del cielo diametralmente opposti, o in punti, che differiscono di poco in latitudine, e di 180° in longitudine.

COROLLARIO I.

17. Quindi due corpi celesti nel giorno, in cui sono in opposizione, debbono insieme, o con picciola differenza uno nascere, e l'

e l'altro tramontare. E perciò que' pianeti vengono in opposizione col Sole, che da tempo in tempo nascono, in che tramonta il Sole, o nascono con picciola differenza dal momento, in cui il Sole tramonta, e al contrario.

COROLLARIO II.

18. In oltre un pianeta, quando è in opposizione col Sole, ha il disco illuminato tutto rivolto verso la terra. Onde un pianeta, quand'è in opposizione col Sole, apparisce illuminato coll'intero suo disco.

AVVERTIMENTO.

19. Si noti che gli Astronomi contrassegnano la congiunzione di due corpi celesti col segno $\odot$, e l'opposizione col segno $\oslash$.

DEFINIZIONE VIII.

20. Si dice *elongazione d' un pianeta dal Sole* l'angolo, sotto cui apparisce il pianeta distante dal Sole; si dice poi *massima elongazione d' un pianeta dal Sole* il massimo angolo, sotto cui può il pianeta apparire dal Sole distante.

OSSERVAZIONI PRELIMINARI.

OSSERVAZIONE I.

21. Se si va spesso osservando la Luna, ora si vede cessare di apparire all'oriente di mattina, e dopo alcuni giorni incominciare a ricomparire di sera all'occidente con picciola parte del suo disco illuminata; e ora si vede nascere illuminata coll'intero disco, in che tramonta il Sole: e tali fenomeni si veggono alternativamente sempre ricorrere, senza mai vedere la Luna, dopo d'essere stata per qualche tempo invisibile, ricomparire illuminata coll'intero disco.

COROLLARIO.

22. Quindi la Luna, girando per l'orbita sua, ora è in congiunzione inferiore col Sole, e ora in opposizione, e conseguentemente ora è tra 'l Sole, e la terra, e ora per rispetto della terra di qua dal Sole. Per la qual cosa l'orbita della Luna comprende solamente la terra, senza comprendervi il Sole.

OSSERVAZIONE II.

23. Se spesso si va Venerè osservando, ora si ve-

si vede cessare di comparire di sera all'occidente, tramontato il Sole, e dopo più giorni incominciare a ricomparire di mattina all'oriente prima di spuntare il Sole con picciola parte del suo disco illuminata; e ora si vede cessare di comparire di mattina all'oriente prima di spuntare il Sole, e dopo più giorni incominciare a ricomparire di sera all'occidente, illuminata con quasi l'intero disco, dopo tramontato il Sole. E tali fenomeni s'osservano anche in Mercurio; e si veggono sempre alternativamente ricorrere in ambidue tali pianeti, senza vedere mai nascere uno di essi, in che tramonta il Sole, e senza vedere la massima elongazione dal Sole di Mercurio mai maggiore di 28° , e di Venere mai maggiore di gr. 47.

COROLLARIO I.

24. Quindi Mercurio, e Venere, girando per le proprie orbite, ora sono in congiunzione inferiore col Sole, e ora in congiunzione superiore, e conseguentemente ora tra la terra, e 'l Sole, e ora per rispetto della terra al di là dal Sole; nè mai sono col Sole in opposizione, e conseguentemente per rispetto del Sole di qua dalla terra. E perciò le orbite di sì fatti pianeti comprendono solamente il Sole, senza comprendervi la terra.

CO-

COROLLARIO II.

25. In oltre vedendosi giugnere la massima elongazione di Mercurio dal Sole fino a 28° , e di Venere fino a gr. 47: è facile a intendere essere l'orbita di Mercurio più prossima al Sole, e quella di Venere più rimota.

COROLLARIO III.

26. Finalmente vedendosi ciascuno de' detti pianeti ricomparire di mattina all'oriente dopo una congiunzione con picciola parte del disco illuminata, e ricomparire di sera all'occidente dopo l'altra congiunzione, illuminato con quasi l'intero disco: ne segue che tali pianeti si veggono di mattina all'oriente, da che incominciano a ricomparire dopo la congiunzione inferiore, fino a che spariscono per la congiunzione superiore; e si veggono di sera all'occidente, da che incominciano a ricomparire dopo la congiunzione superiore, fino a che spariscono per la congiunzione inferiore.

OSSERVAZIONE III.

27. Se da tempo in tempo si va Marte osservando, ora si vede cessare di comparire di sera all'occidente, tramontato il Sole, e dopo
mole

molti giorni ricomparire di mattina all' oriente prima di nascere il Sole coll' intero disco illuminato; e ora si vede coll' intero disco pure illuminato nascere, in che tramonta il Sole. E tali fenomeni s' osservano anche in Giove, e Saturno; e si veggono sempre alternativamente ricorrere in tutti e tre i detti pianeti, senza vederne mai ricomparire uno dopo d' essere stato per qualche tempo invisibile, che non avesse illuminato l' intero disco.

COROLLARIO.

28. Quindi Marte, Giove, e Saturno, girando per le proprie orbite, ora sono in congiunzione superiore col Sole, e ora in opposizione; e conseguentemente ora per rispetto della terra di là dal Sole, ed ora per rispetto del Sole di qua dalla terra; nè mai sono col Sole in congiunzione inferiore. Per la qual cosa le orbite di sì fatti pianeti comprendono dentro il giro di esse il Sole, e la terra.

OSSERVAZIONE IV.

29. Si vede da tempo in tempo la Luna occultare Venere, e ogni altro pianeta, Venere occultare Marte, Marte occultare Giove, e Giove occultare Saturno, e non mai s' osserva il contrario.

CO

COROLLARIO.

30. Dunque è a distanza maggiore dal Sole più l' orbita di Saturno che quella di Giove, più quella di Giove che l' altra di Marte, più quella di Marte che quella di Venere; e di più l' orbita della Luna è più prossima alla terra che quella di Marte, nè si estende fino all' orbita di Venere.

AVVERTIMENTO I.

31. Si noti che dall' essere le orbite di Marte, Giove, e Saturno per rapporto del Sole al di là della terra, e le orbite di Mercurio, e di Venere di qua, n' è derivato che si denominano *pianeti superiori* i tre primi, e *pianeti inferiori* i due secondi.

AVVERTIMENTO II.

32. Si noti pure che tra i pianeti superiori è d' annoverarsi oggi il pianeta scoperto in Marzo del 1781 da Guglielmo Herschel del Bagno in Inghilterra, essendo stata la sua orbita, per le osservazioni finora fatte, conosciuta a una distanza dal Sole circa il doppio di quella di Saturno.

OS.

OSSERVAZIONE V.

33. Se si vanno spesso determinando, come a suo luogo insegneremo, i diametri apparenti del Sole, della Luna, e di tutti gli altri pianeti; si trova ognuno di essi ora d'una grandezza, e ora d'un'altra: anzi si trova che ognuno va crescendo sino a certo limite, e poscia di nuovo si va diminuendo. Il diametro del Sole si trova oggi massimo poco dopo il solstizio d'inverno, e minimo poco dopo il solstizio di state; e da questo solstizio a quello si trova andare successivamente crescendo, e da quello a questo successivamente scemando. Quello della Luna si trova due volte andar crescendo, e due volte andar scemando in ogni sua rivoluzione periodica. Finalmente si trova sempre il diametro ne' pianeti superiori maggiore nelle opposizioni col Sole, che nelle congiunzioni, e ne' pianeti inferiori maggiore nelle congiunzioni inferiori col Sole, che nelle congiunzioni superiori.

COROLLARIO.

34. Quindi i pianeti non serbano sempre le medesime distanze dalla terra. Il Sole n'è meno remoto nel solstizio d'inverno, che in quello di state. I pianeti superiori ne sono meno remoti nelle opposizioni col Sole, che nelle congiunzioni. E finalmente i

pianeti inferiori ne sono anche meno remoti nelle congiunzioni inferiori col Sole, che nelle congiunzioni superiori.

OSSERVAZIONE VI.

35. Se giorno per giorno si vanno determinando le longitudini e de' pianeti superiori, e de' pianeti inferiori; si trovano retrogradi i primi circa le opposizioni, e i secondi circa le congiunzioni inferiori; diretti tutti fuori delle retrogradazioni, e stazioni; e tutti stazionarij una volta in passare dalla direzione alla retrogradazione, e un'altra volta in passare dalla retrogradazione alla direzione.

OSSERVAZIONE VII.

36. Se si proseguono le dette determinazioni, si trova da una retrogradazione all'altra scorrere per

	an.	gior.
Saturno	1	13
Giove	1	34
Marte	2	50
Venere	1	220
Mercurio	0	115

Di più si trova essere

	Saturno	243
Dirretto	circa giorni	140
Retrogrado		8
Stazionario		Gio.

Diretto	}	circa giorni	284
Retrogrado			120
Stazionario			4,

Diretto	}	circa giorni	705
Retrogrado			73
Stazionario			2,

Diretta	}	circa giorni	542
Retrograda			42
Stazionaria			$1\frac{1}{2}$,

Diretto	}	circa giorni	93
Retrogrado			22
Stazionario			$\frac{1}{2}$.

Finalmente l' arco della retrogradazione è per

Saturno	tra li gr.	6, e 7,
Giove	di gr.	10,
Marte	tra li gr.	10, e 19,
Venere	di gr.	16
Mercurio	tra li gr.	9, e 16.

ALTRE DEFINIZIONI PRELIMINARI.

DEFINIZIONE I.

37. Chiamiamo *sistema del mondo* la positura, e l' ordine, col quale si trovano i gran

gran corpi della natura nell' universo disposti.

AVVERTIMENTO.

38. Il sistema del mondo è stato diversamente da diversi Astronomi immaginato; e ciò è derivato dall' avere supposto immobile nel centro dell' universo altri la terra, e altri il Sole. Quindi sono nati i diversi sistemi degli Astronomi.

DEFINIZIONE II.

39. Per *sistema d'un Astronomo* s' intende il sistema del mondo, secondo è stato da talé Astronomo immaginato.

AVVERTIMENTO I.

40. I sistemi più celebri degli Astronomi si riducono a tre, a quello di Tolomeo, a quello di Copernico, e a quello di Ticone. Gli Astronomi sono stati guidati al primo di sì fatti sistemi dalli sensi, al secondo dalla Natura, e al terzo dalli pregiudizj. Il sistema di Tolomeo è stato di buona parte degli antichi Astronomi. Dal tempo di Copernico non avrebbe avuto più un seguace, se un falso timore d' irreligione non avesse trattenuti alcuni a non allontanarsene. Il sistema di Copernico, deriso alla

prima dal volgar pregiudizio de' sensi , colla veracità , che racchiude , è giunto a far dimenticare il tolemaico . Finalmente il sistema di Ticone ha servito per dimostrare che anche gli uomini di talento possono soggiacere all'impero de' pregiudizj .

AVVERTIMENTO II.

41. Ancorchè de' tre nominati sistemi il copernicano solamente si sia conosciuto concorde co' fenomeni della Natura : nondimeno ci piace d' esporli qui brevemente tutti e tre ; affinchè del copernicano se ne possa meglio conoscere la semplicità , e l' eleganza . Perciò sia il

C A P. I.

S' espongono i tre sistemi di Tolomeo , di Copernico , e di Ticone .

Sistema di Tolomeo .

42. Vuole Tolomeo

1º Che la terra stia immobile nel centro dell' universo , e che la sfera mondana ,
una

una con tutt' i corpi celesti giri in 24^{or.} intorno l' asse del mondo , e conseguentemente intorno al centro della terra dall' oriente all' occidente ;

2º Che i pianeti , oltre il moto diurno , abbiano moti proprj , co' quali il Sole , e la Luna appariscano sempre diretti , e tutti gli altri ora diretti , ora stazionarij , e ora retrogradi , e co' quali si trasferiscano per piani alquanto inclinati l' uno agli altri , e compiano le intere rivoluzioni in tempi diversi :

3º Che tutte le stelle abbiano pure un moto proprio sempre diretto , cioè dall' occidente all' oriente intorno l' asse dell' eclittica , col quale moto , senza mutare situazione tra esse , si vadano avanzando di continuo in longitudine ; e che tale moto sia così lento , che per compiersi l' intera rivoluzione vi vogliano anni 36000 :

4º Che ogni pianeta abbia il suo particolare orbe sferico , detto *cielo* del pianeta , al quale appartenga , e dal quale venghi trasportato dall' occidente all' oriente , perchè faccia la sua rivoluzione periodica :

5º Che tutte le stelle abbiano pure un orbe sferico detto *cielo stellato* , o *firmamento* , al quale sieno tutte affisse , e dal quale sieno incessantemente , ed equabilmente portate in giro dall' occidente all' oriente intorno l' asse dell' eclittica col detto moto lentissimo :

6°. Che il cielo della Luna sia il più prossimo alla terra, e che appresso ad esso procedano successivamente il cielo di Mercurio, il cielo di Venere, il cielo del Sole, il cielo di Marte, il cielo di Giove, il cielo di Saturno, e finalmente il firmamento.

7°. Finalmente che tutt' i detti cieli sieno compresi in un altro più ampio, detto il *primo mobile*, e che tale cielo roti intorno l' asse mondano in 24^{or.}, e rapisca seco in giro tutt' i cieli inferiori co' corpi affissi in essi.

COROLLARIO.

43. Secondo Tolomeo adunque la rotazione diurna di tutt' i corpi celesti è un moto vero di tali corpi, e non apparente; e deriva dal primo mobile, che suppone rotare in 24^{or.} intorno l' asse mondano dall' oriente all' occidente, e trasferire seco in giro per l' istessa direzione tutt' i cieli inferiori, come se formassero un solo corpo, e conseguentemente tutt' i corpi celesti affissi in essi.

AVVERTIMENTO I.

44. Si noti che Tebizio arabo, e Alfonso Re di Castiglia circa il 1300, confrontando le situazioni, che avevano allora

le stelle colle determinate da Astronomi più antichi, giudicarono non procedere le stelle sempre crescendo in longitudine, ma ora crescendo fino a certa misura, e ora per altrettanta grandezza scemando; e giudicarono altresì non essere l' inclinazione dell' eclittica all' equatore costante, ma procedere ora crescendo fino a certo limite, e ora scemando per altrettanta grandezza. Quindi vollero che il firmamento, oltre il moto diurno da oriente ad occidente, avesse due moti di librazione, uno col quale oscillasse intorno l' asse dell' eclittica per un arco di 2°. 20' in anni egiziani 1117, ora movendosi verso oriente, e ora verso occidente; e un altro, col quale oscillasse per un arco di 24' in anni egiziani 3434, ora movendosi verso settentrione, e ora verso austro. Per tale motivo supposero tra 'l firmamento, e 'l primo mobile due altri cieli, che chiamarono *cieli cristallini*; e a tali cieli attribuirono i moti atti a comunicare al firmamento le dette oscillazioni.

AVVERTIMENTO II.

45. Il moto diurno de' corpi celesti reale e non apparente, se s'accorda co' sensi, sembra alla ragione ripugnare. Di fatto se si supponga il Sole, quando apparisce nell' equatore, avere dalla terra non la distanza, ch' effettivamente ha, ma la minima, vale

a dire la distanza di semidiametri terrestri 22542, come si determinerà a suo luogo, ovvero di miglia italiane 155043876, essendo il semidiametro terrestre a un di presso di miglia 3439. Movendosi il Sole effettivamente secondo Tolomeo col moto diurno, deve in 24^{or.} nel detto tempo correre almeno la periferia del cerchio, che ha per raggio la detta distanza, e conseguentemente deve correre miglia italiane 487092814; onde in 1'' deve correre un arco almeno di miglia italiane 5637. Or ciò è affatto inconcepibile; perchè è inconcepibile come un corpo così enorme, qual'è il Sole, possa in poco più d'una battuta di polso correre uno spazio così grande, quale è quello di miglia 5637; anzi uno spazio maggiore, essendo la distanza del Sole dalla terra nel detto tempo maggiore dell'adoperata nel calcolo. Più inconcepibile è lo spazio, che dovrebbe correre in 1'' Marte, qualora apparisce nell'equatore; assai più quello, che dovrebbe correre Giove; di vantaggio quello, che dovrebbe correre Saturno; ed oltre modo inconcepibile quello, che dovrebbero correre in 1'' le stelle fisse, che appariscono nell'equatore, e nelle vicinanze di esso. Quindi il moto diurno de' corpi celesti, che suppone Tolomeo essere in tali corpi un moto reale, sembra affatto ripugnare alla ragione.

AV.

AVVERTIMENTO III.

46. Ripugna anche l'esposto sistema di Tolomeo alla Fisica per più riguardi. 1. Se tutt'i cieli sono portati in giro dal primo mobile in 24^{or.} dall'oriente verso l'occidente, è da credere che sieno tali cieli incastrati l'uno dentro dell'altro; e, se è così, come accade che i pianeti, trasferiti da proprj cieli, abbiano moti proprj per direzione opposta dall'occidente verso l'oriente, e moti diversi, per direzioni alquanto inclinate le une alle altre, e intorno a punti diversi, secondo si dirà appresso? e avendo tali moti, del che non è da dubitarne, come possono i detti cieli essere incastrati l'uno nell'altro, per esser tutt'insieme trasferiti dal primo mobile dall'oriente verso l'occidente in 24^{or.}? 2. I supposti cieli o sono fluidi, o solidi; se fluidi, come tanti moti diversi, per diverse direzioni, e intorno a punti diversi possono conservarsi costanti, senza turbarli vicendevolmente, e senza risultarne da essi un moto solo per una sola direzione? Se sono solidi, come possono essere dalle Comete traversati, senza soffrirne ne' moti di essi disturbo alcuno? Come la Cometa del 1680 dalle regioni superiori a tutt'i pianeti potè giugnere in distanza dal Sole non più della sesta parte del diametro dell'istesso

B 4

24 T R A T T A T O
fo Sole, e indi di nuovo allontanarsene;
traversando in tal modo i cieli di tutt'i
pianeti? La supposizione adunque de' cieli,
fluidi o solidi che s'immaginano, è sempre
una supposizione alla Fisica ripugnante.

AVVERTIMENTO IV.

47. Il detto fin qui è sufficiente a far
conoscere la falsità del sistema del Tolomeo;
ma ciò, che si dirà in seguito, farà cono-
scere d'essere affatto discorde colla natura.
Intanto procediamo ad esporre il

SISTEMA DI COPERNICO.

48. Vuole Copernico

1. Che il Sole stia immobilmente collo-
cato nel centro dell'universo;

2. Che la terra sia un pianeta, che si
muova intorno al Sole descrivendo in un
anno nel piano dell'eclittica un'orbita se-
condo l'ordine de' segni, con mantenere sem-
pre il suo asse parallelo a se stesso, e incli-
nato all'istessa eclittica con un angolo ugua-
le al complimento dell'inclinazione della me-
desima eclittica coll'equatore;

3. Che, oltre il detto moto, si vada la
terra in ogni giorno rivolgendo dall'occi-
den-

dente verso l'oriente intorno al proprio as-
se, e faccia con tal suo moto apparire gi-
rare in 24^{or.} tutt'i corpi celesti dall'orien-
te all'occidente.

4. Che intorno al Sole facciano le rivo-
luzioni periodiche dall'occidente verso l'o-
riente in piani alquanto diversi, in tempi
diversi, e a diverse distanze successivamente
Mercurio, Venere, la Terra, Marte, Gio-
ve, e Saturno:

5. Che la Luna s'aggiri nello spazio di
circa un mese intorno la Terra:

6. Finalmente che le stelle sieno immo-
bilmente collocate ad immensa distanza dal
Sole; talchè alla distanza di esse non abbia
il diametro dell'orbita della Terra alcuna
sensibile ragione.

COROLLARIO.

49. Secondo Copernico adunque è appa-
rente, e non reale sì il moto diurno de'
corpi celesti dall'oriente verso l'occidente,
che il moto annuo del Sole secondo l'ordi-
ne de' segni; derivando il primo dal moto
diurno della Terra intorno al proprio asse
dall'occidente verso l'oriente, e l'secondo
dal moto annuo dell'istessa Terra intorno
al Sole pure secondo l'ordine de' segni. E
di più secondo Copernico non hanno luogo
i cieli supposti da Tolomeo.

A V V E R T I M E N T O I.

50. L' esposto sistema famoso di Niccolò Copernico si deve alla felice combinazione, che seppe farne de' due movimenti attribuiti da diversi Filosofi dell' antichità alla Terra ; cioè del moto diurno intorno al proprio asse, sospettato da alcuni, e al moto annuo per l' eclittica, sospettato da altri. Tale sistema, quanto perseguitato alla prima dagli pregiudizj, altrettanto uniforme alla natura, è l' unico, che ci presenta l' universo con ordine, con simmetria, con semplicità, con eleganza, e degno del supremo Architetto della natura ; che sodisfa a tutt' i fenomeni celesti, senza bisogno di ripieghi ; e che somministra un mirabile accordo tra i calcoli de' moti de' corpi celesti, e le osservazioni, come si anderà nel decorso di questo trattato sempre conoscendo.

A V V E R T I M E N T O II.

51. Si noti che dopo Copernico l' immortale Galileo, appena che ebbe inventato il cannocchiale, scoprì nel dì 7 di Gennaio del 1610 intorno Giove girare quattro pianeti minori, che chiamò *stelle medicee*, e che comunemente appresso si sono detti *Satelliti di Giove*. E si noti altresì che, reso in seguito il cannocchiale più adatto agli

usi astronomici, scoprirono gl' insigni Astronomi Cristiano Hugenio, e Domenico Cassini cinque altri pianeti minori girare intorno Saturno ; però l' Hugenio nel 25 di Marzo del 1655 con cannocchiali di piedi 12, e 23 ne scoprì solamente il 4°, ch'è il più grosso di tutti, e Cassini ne scoprì in diversi tempi gli altri quattro, cioè il 5° circa la fine d' ottobre del 1671 con un cannocchiale di piedi 17, il 3° nel 23 di dicembre del medesimo anno con cannocchiali di piedi 35, e 70, ed il 1°, e 2° nel 1684 con cannocchiali del Campano di piedi 34, 47, 100, e 136, e con altri del Borello di piedi 40, e 70. In Inghilterra dell' esistenza de' quattro Satelliti di Saturno, scoperti dal Cassini, se n' è dubitato fino al 1718 ; ma non se n' è dubitato di vantaggio, da che furono osservati tutti e cinque da Mr. Pound con un cannocchiale del Campano, dato in dono dall' Hugenio alla Società regia.

A V V E R T I M E N T O III.

52. Si noti in oltre che la scoperta de' detti Satelliti ha dato origine alla distinzione de' pianeti in primarj, e secondarj ; chiamandosi *pianeti primarj* quei, che fanno le rivoluzioni intorno al Sole, e *pianeti secondarj* quei, che le fanno intorno alli primarj. Onde pianeti primarj sono nel sistema

copernicano Mercurio , Venere , la Terra , Marte , Giove , Saturno , e 'l nuovo pianeta ultimamente scoperto da Herschel ; e secondarj la Luna , che gira intorno la terra , i Satelliti di Giove , che girano intorno a Giove , ed i Satelliti di Saturno , che intorno Saturno s'aggirano .

A V V E R T I M E N T O I V .

53. Si noti pure che Saturno , oltre i cinque satelliti , ha di più un anello , che il circonda intorno intorno , senza toccarlo , e che il fa comparire secondo le diverse situazioni per rispetto della terra ora d'una forma , e ora d'un'altra . E' da sapere intanto che , se il famoso Hugenio divise con Caffini la gloria della scoperta de' satelliti di Saturno , la gloria d'aver indovinato a motivo delle diverse apparenze di tale pianeta d'essere circondato da un anello , non la divise con veruno .

A V V E R T I M E N T O V .

54. Si noti di vantaggio che Copernico non fa menzione nel suo sistema delle Comete ; perchè a suo tempo intorno a tali corpi ancora prevaleva la falsa opinione aristotelica , che che ne avessero in contrario sostenuti più tra gli antichi . Essendosi intanto dagli moderni posto fuori d'ogni dubbio

dubbio essere le Comete corpi nati col mondo , e corpi , che girano intorno al Sole in orbite determinate , e in costanti periodi ; dalli moderni s'è il sistema copernicano arricchito della famiglia delle Comete , ch'è assai più numerosa di quella de' pianeti , secondo si dirà a luogo opportuno .

A V V E R T I M E N T O V I .

55. Si noti pure che i satelliti di Giove , e di Saturno , l'anello dell'istesso Saturno , e le Comete , se hanno interamente squarciato il sistema tolemaico , non hanno niente turbato il sistema copernicano , come si anderà nel decorso di questo trattato continuamente osservando . E finalmente si noti che in dire con Copernico essere il Sole nel centro dell'universo , non intendiamo dire , se non se che il centro del Sole sia in un punto dell'universo , per rispetto di cui le stelle si possono considerare come nella superficie d'un'immensa , ed esterminata sfera , che abbia per centro tale punto . Siamo intanto persuasi che sia l'universo un immenso , ed esterminato spazio vuoto , di cui non ce ne possiamo immaginare i limiti ; che in tale spazio il supremo Architetto della natura abbia immobilmente collocati tutt'i gran corpi luminosi della natura , o sieno tutte le stelle ad immense distanze le une dalle altre ; che il Sole sia la stella da noi men

men rimota, e alla quale colla Terra apparteniamo; che l'istesso Sole non solamente illumina tutt' i pianeti, e tutte le comete della sua pertinenza, ma anche l'anima colla sua attrazione, e l'obbliga, combinata sì fatta forza coll' altra di proiezione, ricevuta nel momento della creazione, a girare intorno ad esso; e che forse ogni altra stella abbia i suoi particolari pianeti, e le sue particolari comete, senza che gli uni d' una pertinenza si confondessero mai cogli altri d' un' altra pertinenza; essendo ciò ben conforme all' infinita potenza, e grandezza dell' Autore della natura; ed essendo ingiurioso all' istesso sommo Autore il credere che per sollazzo avesse inutilmente creati tanti immensi corpi, de' quali neppure co' più fini cannocchiali è permesso a noi altri contemplarli. Ma venghiamo all' altro

SISTEMA DI TICONE.

56. Vuole Ticone

1. Che la Terra stia immobilmente collocata nel centro dell' universo, e che intorno ad essa facciano dall' oriente verso l' occidente le rivoluzioni diurne tutt' i corpi celesti, come nel sistema tolemaico:

2. Che intorno l' istessa Terra facciano dall'

dall' occidente verso l' oriente le rivoluzioni periodiche la Luna, il Sole, e la sfera delle stelle fisse; movendosi il Sole per un' orbita, che intersechi quella di Mercurio, di Venere, e di Marte, e non già le altre di Giove, e di Saturno; e movendosi altresì in giro la sfera delle fisse per lo spazio d' anni 25000:

3. Finalmente che facciano le rivoluzioni periodiche dall' occidente verso l' oriente i pianeti primarj intorno al Sole, ed i secondarj intorno alli primarj, come nel sistema copernicano; però nel trasferirsi il Sole per la sua orbita, si vadano insieme trasferendo le orbite de' detti pianeti, conservando sempre col piano dell' eclittica le medesime inclinazioni.

COROLLARIO I.

57. Secondo Ticone adunque è pure il moto diurno de' corpi celesti reale, e non apparente, e conseguentemente alla ragione ripugnante.

COROLLARIO II.

58. Andandosi il Sole movendo per la sua orbita, e conseguentemente trasferendo continuamente le orbite degli altri pianeti: è facile a comprendere che il centro d' ognuno di tali altri pianeti deve di moto com-

composto dal proprio, e da quello, che risulta dalla traslazione dell'orbita, andar descrivendo una spezie di spirale, che con infiniti giri in infiniti nodi si deve intrecciare, senza tornare mai in se stessa, come avvertì il famoso Keplero, e come si trova nelle memorie dell' Accademia delle scienze di Parigi del 1709 descritta per ciascun pianeta, e delineata dal Cassini. Il che rende le dette orbite assai composte, assai intrigate, e assai lontane dalla semplicità, che segue la natura in tutte le sue fatture.

A V V E R T I M E N T O I.

59. Si noti che Ticone col suo sistema non ha potuto evitare l'imbarazzo de' cieli diversi: però tali cieli vengono da esso a motivo della Cometa del 1577 creduti fluidi, senza badare che la fluidità de' cieli colla contrarietà de' moti non può affatto sussistere.

A V V E R T I M E N T O II.

60. Fin qui si sono esposti i sistemi più celebri; vale a dire le principali opinioni avute dagli Astronomi circa quali de' gran corpi della natura sono in moto, e come, e quali in quiete, e circa l'ordine, che serbano nell'universo i medesimi corpi. Ma per entrare nelle particolari circostanze de'

moti de' corpi celesti, che si credono in moto secondo i diversi esposti sistemi, a fine di poter rendere ragione di tutt' i fenomeni celesti, e di sottomettere a calcolo i medesimi moti, conviene entrare nelle speziali ipotesi, o supposizioni, alle quali a tale oggetto hanno dovuto ricorrere gli autori de' medesimi sistemi, e che comunemente si dicono *teoriche astronomiche*. Or se si volessero esporre tutte le teoriche astronomiche relativamente alli detti sistemi, e addurre tutte le correzioni date alle medesime in diversi tempi, per meglio adattarle alli fenomeni, e far meglio corrispondere i calcoli alle osservazioni, si procederebbe assai innanzi, senza vantaggio della scienza; essendo le teoriche degli antichi atte solamente a farci conoscere per quali vie erronee s'è per secoli proceduto in Astronomia. Intanto delle teoriche degli antichi non ne soggiugniamo qui, se non la sola di Tolomeo, riguardante il moto annuo del Sole; affinchè si possa avvertire che l'Astronomia d'oggi è tutta diversa da quella degli antichi. Di tutte le altre teoriche degli antichi, riguardanti i moti periodici degli altri pianeti, ne daremo in seguito solamente un cenno, acciò s'abbia un'idea del modo intralciatissimo, e niente concorde colla natura, secondo il quale supponevano essi, che s'eseguissero tali moti; e acciò si possa meglio ammirare nelle teoriche de'

moderni la semplicità della natura relativamente alli medesimi moti. Perciò sia il

C A P. II.

Della teorica del moto annuo del Sole secondo Tolomeo.

Fenomeni osservati circa il moto annuo del Sole.

61. Sono tali fenomeni i seguenti.

1. Appareisce il Sole avere per l'eclittica moto inequabile, e moto con velocità massima in un punto di essa, con velocità minima nel punto diametralmente opposto, e con velocità, che si va per piccioli gradi successivamente diminuendo dal massimo al minimo, in procedere dal primo punto al secondo, e successivamente accrescendo dal minimo al massimo, in procedere dal secondo punto al primo.

2. Impiega di più il Sole per gli segni settentrionali, o sia dall'equinozio di primavera fino a quello d'autunno 8 giorni di più, che non impiega ne' segni australi, o sia dall'equinozio d'autunno fino all'altro di primavera.

3. Fi-

3. Finalmente il Sole col suo diametro apparisce nel corso dell'anno di misura non costante; ma di misura massima, dove la sua velocità si vede massima, minima, dove la velocità si vede minima, e di mezzana grandezza, dove la velocità è mezzana.

A V V E R T I M E N T O.

62. Gli esposti fenomeni indussero Tolomeo alle supposizioni, che qui soggiugniamo.

Supposizioni di Tolomeo circa il moto proprio del cielo del Sole.

63. Vuole Tolomeo

1. Che il cielo del Sole sia eccentrico colla terra, e che giri in un anno tropico intorno al suo centro equabilmente dall'occidente verso l'oriente, trasportando il Sole nell'istesso tempo per la periferia d'un suo cerchio massimo, procedente pel centro della terra, e inclinato all'equatore celeste per quanto si trova essere l'inclinazione dell'eclittica coll'istesso equatore;

2. Che la porzione maggiore del detto cerchio sia nell'emisfero settentrionale, e la porzione minore nell'emisfero australe;

3. Finalmente che l'arco della porzione

T R A T T A T O
 maggiore del detto cerchio sia tale , che il Sole in correrlo impieghi circa 8 giorni di più , che non impiega in correr l' arco della porzione rimanente.

COROLLARIO I.

64. Secondo Tolomeo adunque l' orbita del Sole è la periferia d' un cerchio esistente nel piano dell' eclittica , eccentrico coll' istessa eclittica , e col centro esistente nella metà dell' eclittica , dove si trovano i segni settentrionali ; e centro tanto lontano dal centro dell' istessa eclittica , o sia della terra , che il Sole in correre l' arco della porzione maggiore , esistente nell' emisfero settentrionale , impieghi circa 8 giorni di più , che non impiega in correre l' arco della porzione rimanente , che si trova nell' emisfero australe .

COROLLARIO II.

Fig. 1. 65. Contraffegnino LQMR l' eclittica , LM la comune sezione di essa coll' equatore , L il principio d' ariete , M il principio di libra , LQM il mezzo cerchio esistente nell' emisfero settentrionale , MRL il mezzo cerchio esistente nell' emisfero australe . Se pel centro T s' intenda menato il diametro QR perpendicolare ad LM , contraffegneranno Q il principio di cancro , e R il

il principio di capricorno ; cioè Q contraffegnerà il punto , in cui l' eclittica si tocca col tropico di cancro , e R contraffegnerà l' altro punto , in cui l' istessa eclittica si tocca col tropico di capricorno . Contraffegni in oltre AIPG il cerchio , la cui periferia secondo Tolomeo è l' orbita del Sole , e l' cui centro O è conseguentemente nel mezzo cerchio LQM dell' eclittica . E' chiaro che movendosi il Sole per AIPG secondo Tolomeo in un anno , quando sarà successivamente ne' punti L , Q , M , R dell' eclittica , cioè quando sarà in G , apparirà essere nel principio d' ariete , quando sarà in N apparirà essere nel principio di cancro , quando sarà in I apparirà essere nel principio di libra , e quando sarà in V apparirà essere nel principio di capricorno .

COROLLARIO III.

66. Quindi il Sole col suo moto diurno ne' giorni dell' anno , ne' quali si trova in G , e I apparisce descrivere l' equatore ; ne' giorni , ne' quali si trova in N , e V apparisce descrivere i tropici ; per tutt' il tempo , che va scorrendo l' arco GN , apparisce col moto diurno descrivere paralleli , che si vanno successivamente avvicinando dall' equatore al tropico di cancro ; per tutt' il tempo , che va scorrendo l' arco NI , apparisce col moto diurno descrivere paralleli , che si vanno suc-

cessivamente avvicinando dal tropico di cancro all' equatore ; per tutt' il tempo , che va scorrendo l' arco IV , apparisce col moto diurno descrivere paralleli , che si vanno successivamente avvicinando dall' equatore al tropico di capricorno ; e finalmente per tutt' il tempo , che va scorrendo l' arco VG , apparisce col moto diurno descrivere paralleli , che si vanno successivamente avvicinando dal tropico di capricorno all' equatore .

COROLLARIO IV.

67. S' intenda per gli centri T , e O menato il diametro BC dell' eclittica , che interseca l' orbita del Sole in A , e P . Essendo il punto T del diametro AP diverso dal centro O , avrà il Sole distanza dalla terra massima , quando è in A , minima , quand' è in P ; e avrà in procedere da A a P per ASP distanza , che si andrà successivamente diminuendo dalla massima alla minima , e in procedere da P ad A per PGA avrà distanza , che s' andrà successivamente avanzando dalla minima alla massima ; e finalmente avrà distanze uguali in punti ugualmente distanti da A . Quindi sono derivate le seguenti

DEFINIZIONI.

68. Si dicono i punti A , e P dell' orbita

ta solare insieme *apsidi* ; il punto A di massima distanza dal centro T della terra *apogeo* , o *sommo apside* ; il punto P di minima distanza dall' istesso centro *perigeo* , o *imo apside* ; il diametro AP *linea degli apsi* ; il cerchio AIPG l' *eccentrico* ; la distanza OT del centro dell' *eccentrico* dal centro della terra *eccentricità* ; il punto B dell' eclittica *luogo dell' apogeo* ; e finalmente il punto C *luogo del perigeo* .

COROLLARIO I.

69. Essendo il diametro apparente del Sole alle diverse distanze dalla terra in ragione reciproca delle medesime distanze (§ 145 del tom. 2.) ; apparirà tale diametro minimo nell' apogeo , massimo nel perigeo ; e apparirà andare successivamente crescendo dal minimo al massimo in procedere il Sole dall' apogeo al perigeo , e andare successivamente scemando dal massimo al minimo in procedere il Sole dal perigeo all' apogeo ; nè apparirà d' uguali grandezze , se non in punti dell' orbita ugualmente distanti dall' apogeo .

COROLLARIO II.

70. Essendo in oltre secondo Tolomeo equabile il moto del Sole per la sua orbita ; secondo Tolomeo correrà il Sole della sua orbita archi uguali in tempi uguali . Or

tali archi uguali dalla terra debbono apparire disuguali per le distanze diverse, alle quali si trovano da essa; e debbono apparire minimo il corso alla distanza massima TA, massimo il corso alla distanza minima TP; gli altri corsi successivamente, procedendo il Sole dall'apogeo A al perigeo P, andarli per gradi avanzando dal minimo al massimo; gli altri corsi successivamente, procedendo il Sole dal perigeo P all'apogeo A, andarli per uguali gradi diminuendo dal massimo al minimo; e non debbono apparire uguali, se non quei, che corre il Sole ad uguali distanze da A. Quindi il Sole, in girare per la sua orbita, deve apparire della velocità minima nel luogo dell'apogeo, della velocità massima nel luogo del perigeo, e duna velocità, che si va successivamente accrescendo dalla minima alla massima in procedere dall'apogeo al perigeo, e successivamente diminuendo dalla massima alla minima in procedere dal perigeo all'apogeo: nè deve apparire il moto del Sole d'uguali velocità, se non in punti dell'orbita ugualmente distanti dall'apogeo, e conseguentemente in punti dell'eclittica ugualmente distanti dal luogo dell'apogeo.

COROLLARIO III.

71. Quindi il Sole apparisce della massima velocità, dove apparisce del massimo diametro.

diametro, della velocità minima, dove apparisce del diametro minimo, e di mezzana velocità, dove il diametro apparisce della mezzana grandezza.

COROLLARIO IV.

72. Di più se c'immaginiamo girare intorno al centro T della Terra il raggio TD dell'eclittica, procedente sempre pel centro S del Sole; il moto angolare di tale raggio coll'altro TB sarà inequabile, come quello del Sole veduto dalla terra. Quindi derivano le seguenti

DEFINIZIONI.

73. Si chiamano il raggio TD *linea del moto vero del Sole*; il punto D dell'eclittica, che incontra sì fatto raggio, ovunque sia il Sole, *luogo vero del Sole*; l'arco LD dell'eclittica, procedente secondo l'ordine de' segni dal principio d'ariete L fino al luogo vero del Sole, *longitudine vera del Sole*; e l'arco BD, che procede pure secondo l'ordine de' segni dal luogo dell'apogeo B fino al luogo vero D del Sole, *argomento, o anomalia vera, o anomalia equata, o pure anomalia coequata del Sole*.

ALTRE DEFINIZIONI.

74. Se poi c'immaginiamo un Sole finto girare per la periferia dell' eclittica equabilmente in tanto tempo, in quanto tempo apparisce inequabilmente girare il Sole vero; e c'immaginiamo nell' istesso momento, che parte il Sole vero dall' Apogeo A, partire il Sole finto dal luogo B dell' apogeo: il Sole finto si dice *Sole medio*; il raggio TF dell' eclittica, che si suppone girare col detto Sole finto, si chiama *linea del moto medio del Sole*; il punto F dell' eclittica, dove si suppone giunto l' istesso Sole finto, si dice *luogo medio del Sole*; la longitudine LF del Sole medio, si chiama *longitudine media del Sole*; l' arco BF dell' eclittica, procedente secondo l' ordine de' segni dal luogo B dell' apogeo fino al luogo F del Sole medio, si dice *anomia media del Sole*; e si chiama *equazione*, o *prostaferesi del Sole* l' angolo DTF, formato dalla linea TF del moto medio del Sole colla linea TD del moto vero, e conseguentemente l' arco DF, che il misura, differenza delle longitudini vera, e media del Sole, e anche delle anomalie vera, e media dell' istesso Sole.

CO-

COROLLARIO I.

75. Essendo equabile il moto sì del Sole finto per la periferia dell' eclittica LQMR, che del Sole vero per la sua orbita AIPG, e compendosi in egual tempo la rivoluzione sì dell' uno, che dell' altro: ne segue che, supponendosi partire il Sole finto dal luogo B dell' apogeo nel medesimo momento, che ne parte il Sole vero dall' apogeo A; nel medesimo momento debbono pervenire anche il Sole finto nel luogo C del perigeo, e l' Sole vero nel perigeo P. Quindi la linea TF del moto medio s' unisce colla linea TD del moto vero e nel momento, in cui il Sole si trova nell' apogeo, e nel momento, in cui si trova nel perigeo. E perciò ne detti momenti il luogo del Sole vero, e quello del Sole medio non differiscono; nè differiscono la longitudine vera, e la media, come anche l' anomalia vera, e l' anomalia media.

COROLLARIO II.

76. S' intenda per S tirata da O la retta OE, e si supponga tale retta girare intorno ad O col Sole S. Si muoverà sì fatta retta intorno al punto O coll' istessa equabilità di moto, che si suppone muovere la linea TF del moto medio intorno al centro T. Sicchè

chè in qualunque sito S, che sarà il Sole, farà sempre l'angolo $BOE = BTF$, e conseguentemente OE parallela a TF. Onde farà sempre pure l'angolo $OST = DTF$. Quindi è che si dicono pure OE *linea del moto medio del Sole*, e l'angolo OST *equazione, o prostaferesi del Sole*.

COROLLARIO III.

77. Essendo la ragione di SO : OT costante, ovunque sia il Sole S, costante sarà ancora la ragione del seno dell'angolo OTS al seno dell'angolo OST, o sia il seno dell'anomalia vera al seno dell'equazione. E perciò tale equazione è nulla, quando il Sole si trova e nell'apogeo A, e nel perigeo P; va ella poi crescendo, procedendo il Sole dall'apogeo verso il perigeo; però cresce, finchè l'anomalia vera OTS si fa di gr. 90, dove diventa massima; e dopo tale punto va scemando fino al perigeo, dove si fa nulla; va in seguito di nuovo crescendo, finchè diventa un'altra volta massima, dove si fa di gr. 90 il complimento a quattro retti dell'anomalia vera; e da tale altro punto si va un'altra volta diminuendo, finchè si fa di nuovo nulla, tornato il Sole all'apogeo.

COROLLARIO IV.

78. Sicchè l'equazione del Sole è nulla, trovandosi il Sole e nell'apogeo, e nel perigeo; è massima, quando è di gr. 90 tanto l'anomalia vera del Sole, quanto il suo complimento a quattro retti; e finalmente è d'uguali grandezze minori della massima in quattro punti dell'orbita, dove e le anomalie vere, e i complimenti di esse a quattro retti ugualmente distano dalli gr. 90.

COROLLARIO V.

79. Quindi la linea del moto medio TF, in procedere il Sole dall'apogeo al perigeo, deve precedere la linea del moto vero, ed andarsi prima l'una dall'altra successivamente allontanando, finchè l'equazione divenga la massima, e indi andarsi l'una all'altra successivamente avvicinando, finchè s'uniscano insieme nel perigeo. In procedere poi il Sole dal perigeo all'apogeo, deve l'istessa linea del moto medio seguire la linea del moto vero, e andarsi pure prima l'una dall'altra successivamente allontanando, finchè l'equazione divenga la massima, e poscia andarsi l'una all'altra successivamente avvicinando, finchè di nuovo s'uniscano insieme, tornato il Sole all'apogeo.

COROLLARIO VI.

80. Di vantaggio, girando intorno al punto T la linea TF del moto medio colla velocità media, e la linea TD del moto vero colla velocità apparente; finche seguono tali linee ad andarsi allontanando l'una dall'altra, la velocità dell'una è sempre maggiore della velocità dell'altra; divengono poi d'uguali velocità, dove cessano d'allontanarsi l'una dall'altra, ed incomincia l'una ad avvicinarsi all'altra; il che succede ne' luoghi de' massimi allontanamenti, e conseguentemente dove l'equazione si fa massima. Per la qual cosa la velocità media è maggiore dell'apparente nel primo, e ultimo quadrante dell'anomalia vera, e minore nel secondo, e terzo quadrante; e finalmente sono uguali ne' due punti, dove in uno è di gr. 90 l'anomalia vera, e nell'altro è di gr. 90 il suo complimento a quattro retti,

COROLLARIO VII.

81. Precedendo TF la TD nel primo semicerchio delle anomalie, e seguendola nel secondo: è chiaro doverli l'equazione del Sole sottrarsi dall'anomalia media, per avere la vera, nel primo semicerchio delle anomalie, e aggiugnersi nel secondo semicerchio.

CO-

COROLLARIO VIII.

82. Finalmente non unendosi la linea del moto medio con quella del moto vero, se non nell'apogeo, e perigeo; è facile ad intendere che il Sole medio, e 'l Sole vero giungono alli punti sì equinoziali, che solstiziali in tempi diversi. Quindi è che si distinguono gli equinozj, ed i solstizj in medii, e veri; chiamandosi *equinozj medii*, e *solstizj medii* i momenti, ne' quali il Sole medio giugne alli punti equinoziali, e solstiziali, ed *equinozj veri*, e *solstizj veri* i momenti, ne' quali il Sole vero apparisce esser giunto ne' medesimi punti equinoziali, e solstiziali.

A V V E R T I M E N T O .

83. Ecco brevemente sviluppata la teorica del moto annuo del Sole secondo Tolomeo. Non sarà fuori di proposito soggiungere il come in vigore di tale teorica determinò il Tolomeo i luoghi dell'apogeo, e perigeo dell'orbita solare, e l'eccentricità dell'istessa orbita; e come in conseguenza di tali determinazioni ne ricavò tutte le altre, che abbisognano, per determinare in ogni tempo il luogo vero del Sole. Perciò soggiugniamo il seguente

CAP.

C A P. III.

S' insegna il modo praticato da Tolomeo in determinare i luoghi dell' apogeo, e perigeo dell' orbita solare, e l' eccentricità dell' istessa orbita relativamente al raggio dell' eccentrico; e s' insegnano altresì i modi d' eseguire secondo Tolomeo tutte le altre determinazioni spettanti il moto annuo del Sole.

P R O B L. I.

84. *Insegnare il come Tolomeo determinò i luoghi dell' apogeo, e perigeo dell' orbita solare, e l' eccentricità dell' istessa orbita relativamente al raggio dell' eccentrico.*

S O L U Z I O N E.

Sia nella Fig. I. quanto s' è antecedentemente supposto, e per O si tirano HK parallela a QR, e OY perpendicolare ad HK; faranno l' arco $GK = KI$, l' arco $YK = 90^\circ$, la OH uguale al seno di GY, e la HT uguale al seno di KN.

I. Avendo

D' ASTRONOMIA. 49

I. Avendo determinato Tolomeo l' anno tropico medio di $365^{\text{gi}} . 5^{\text{or}} . 55' . 12''$, ed avendo trovato determinato da Hipparco l' equinozio di primavera, il solstizio di state, e l' equinozio d' autunno, e in conseguenza di ciò rilevato che il Sole dall' equinozio di primavera fino al solstizio di state, cioè da G ad N aveva impiegato giorni $94 \frac{1}{2}$, e dal solstizio di state fino all' equinozio d' autunno, cioè da N ad I aveva impiegato giorni $92 \frac{1}{2}$; con cercare in ordine all' anno tropico medio, a ciascuno de' tempi impiegati dal Sole in correre gli archi GN, NI, e alli gr. 360 dell' intera orbita i quarti proporzionali, determinò essere

$$GN = 93^\circ . 8' . 33''$$

$$NI = 91 . 10 . 16 .$$

Sicchè

$$GNI = 184^\circ . 18' . 49'' .$$

Onde

$$GK = 92^\circ . 9' . 24'' \frac{1}{2} .$$

E perciò

$$GY = GK - YK = 2^\circ . 9' . 24'' \frac{1}{2} .$$

$$KN = GN - GK = 0^\circ . 59' . 8'' \frac{1}{2} .$$

2. Posto il raggio dell' eccentrico = 10000000; con determinare relativamente a tale raggio i seni degli archi GY, KN, determinò essere

$$OH = 376345$$

$$HT = 172027 .$$

E con calcolare nel triangolo rettangolo OHT, noti già i cateti OH, HT, l' angolo

Tom. III.

D

golo

golo OTH, determinò tale angolo OTH, e conseguentemente l'arco $BL = 65^{\circ} . 26' . 8''$. Onde determinò essere il luogo B dell'apogeo nel $5^{\circ} . 26' . 8''$ di Gemini, e conseguentemente il luogo C del perigeo nel $5^{\circ} . 26' . 8''$ di Sagittario.

3. Finalmente, con trovare nell'istesso triangolo rettangolo OHT in ordine al seno dell'angolo OTH già determinato, al seno massimo, e al cateto OH il quarto proporzionale, determinò relativamente al raggio dell'eccentrico, posto $= 10000000$, essere l'eccentricità $OT = 413787$, e conseguentemente essere l'eccentricità al raggio dell'eccentrico, come $413787 : 10000000$, o a un di presso come $413 : 10000$.

Ch'è quanto bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

85. Si noti che le determinazioni dell'eccentricità, e dell'angolo OTH da noi fatte hanno qualche leggiera differenza dalle fatte da Tolomeo, che determinò l'eccentricità $OT = 415$, e l'angolo $OTH = 65^{\circ} . 30'$. Tale divario è derivato dall'esserli avvaluto Tolomeo dell'anno solare della misura di giorni $365 \frac{1}{4}$, e dal non avere nel calcolo cercata tutta la finezza da noi usata.

COROLLARIO I.

86. Effendosi determinata l'eccentricità $= 413787$ relativamente al raggio dell'eccentrico, posto $= 10000000$; se in ordine a 10000000 , a 413787 , e al seno massimo si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il seno dell'equazione massima (§ 78); la quale equazione massima, fatto il calcolo, si trova essere di $2^{\circ} . 22' . 17''$, che poco differisce dalla determinata da Tolomeo di $2^{\circ} . 23'$.

COROLLARIO II.

87. Effendo in oltre l'angolo $AOY = BTL$, farà l'arco $AY = 65^{\circ} . 26' . 8''$. E' stato determinato $GY = 2^{\circ} . 9' . 24'' \frac{1}{2}$. Sicchè l'arco $AG = 67^{\circ} . 35' . 32'' \frac{1}{2}$. E perciò se in ordine alli gr. 360 dell'intera periferia, alli $67^{\circ} . 35' . 32'' \frac{1}{2}$ dell'arco GA, e all'anno tropico medio si trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo impiegato dal Sole per l'arco GA; e conseguentemente, conosciuto l'equinozio di primavera, si conosce il tempo dell'arrivo del Sole nell'apogeo A.

COROLLARIO III.

88. Dovendo nel momento dell' equinozio medio di primavera essere TL la situazione della linea del moto medio; ed essendo OY parallela a TL, farà nel detto momento Y il sito del Sole. E perciò se in ordine alli gr. 360 dell' intera periferia, alli $2^{\circ} . 9' . 24'' \frac{1}{2}$ dell' arco GY, e all' anno tropico medio si trova il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo, per cui l' equinozio medio di primavera posticipa l' equinozio vero, e per cui conseguentemente l' equinozio medio d' autunno anticipa l' equinozio vero dell' istessa stagione.

COROLLARIO IV.

89. S' intenda per Y tirato il raggio TZ dell' eclittica. Se nel triangolo TOY, noti i lati TO, OY, e l' angolo TOY, conseguente dell' angolo YOA già determinato, si determina l' angolo OYT; si fa noto l' angolo ZTL, e conseguentemente l' arco LZ; vale a dire che si fa nota la longitudine vera, che compete al Sole nel momento dell' equinozio medio di primavera.

COROLLARIO V.

90. S' intendano tirate dal centro O la retta OG, e dal centro T la retta TW parallela ad OG. Sarà TW la linea del moto medio nel momento dell' equinozio vero di primavera. Se nel triangolo OTG, noti i lati TO, OG, e l' angolo OTG, si determina l' angolo OGT, si fa noto l' angolo LTW, e conseguentemente l' arco LW; onde nota si fa pure pel momento dell' equinozio vero di primavera e la longitudine media LQMW del Sole, e l' anomalia media BMW.

AVVERTIMENTO II.

91. Si noti che; determinata la longitudine media del Sole, e l' anomalia media pel momento dell' equinozio di primavera, con facilità si possono determinare e la longitudine media, e l' anomalia media per qualunque altro tempo dell' anno, e stabilire l' epoca, o sia la radice sì della longitudine media, che dell' anomalia media del Sole; che vale quanto dire la longitudine media, e l' anomalia media, che compete al Sole in un tempo, che si vuole per principio de' computi di tali cose, come nel mezzodì del primo di Gennaro relativamente al meridiano del luogo, dove si

costruiscono le Tavole de' moti del Sole.

AVVERTIMENTO III.

92. Si noti pure che, determinata la longitudine media del Sole per qualunque tempo, supposto essere allora il Sole in S, si rende noto l'arco LBF. E' anche noto l'arco LB, longitudine dell'apogeo già determinata. Dunque si rende nota l'anomalia media BF, o sia l'angolo BTF, e conseguentemente noto l'angolo SOT. Essendo intanto nel triangolo TSO noti i lati SO, OT, e l'angolo compreso SOT, coll'ajuto della Trigonometria si possono determinare l'equazione TSO, e per conseguenza l'anomalia vera OTS, e la distanza TS del Sole dalla terra. E di più, determinata l'anomalia vera, e conseguentemente l'arco BD, con aggiugnervi LB, longitudine dell'apogeo, si conosce la longitudine LBD vera del Sole. Ed ecco in che modo, determinata la longitudine dell'apogeo, e determinata per qualunque tempo la longitudine media del Sole, si possono determinare la longitudine vera del Sole per qualunque tempo, e la sua distanza dalla terra.

AVVERTIMENTO IV.

93. Prima di procedere innanzi sta bene
av-

avvertire che si possono eseguire le determinazioni già insegnate dell'eccentricità del Sole nell'eccentrico, e del luogo dell'apogeo secondo un altro metodo più semplice, proposto dal cavaliere de Loville. Perciò soggiugniamo il seguente

P R O B L. II.

94. *Insegnare il modo proposto dal cavaliere de Loville per determinare nell'eccentrico e l'eccentricità dell'orbita solare, e 'l luogo dell'apogeo.*

S O L U Z I O N E.

Contraffegnino LBMC l'eclittica, GAI Fig. 2. l'orbita circolare eccentrica del Sole, T il centro dell'eclittica, e conseguentemente della terra, O il centro dell'eccentrico, LM la comune sezione dell'eclittica coll'equatore, L il principio d'ariete, ed M il principio di libra. Si supponga in oltre essere AP la linea degli apsid, ed essere prolungata in B, e C. E finalmente si supponga essere LBMC l'ordine de' segni.

1. Si determini l'equinozio di primavera, vale a dire il momento, in cui il Sole si trova in G, e conseguentemente apparisce esse nel principio L di ariete. Si determini di più il tempo, in cui il Sole si trova in qualunque altro punto S dell'orbita

bita tra l'equinozio di primavera, e quello d'autunno, con determinare anche, supposto tirato per S il raggio TD dell'eccentrico, la longitudine vera LD, che compete al Sole in tale tempo. E finalmente si determini l'equinozio d'autunno, vale a dire il momento, in cui il Sole si trova in I, e conseguentemente apparisce essere nel principio M di libra. Si faranno noti il tempo, che impiega il Sole da G ad S, il tempo, che impiega da G ad I per GSI, e conseguentemente il restante dell'anno tropico medio, che impiega da I a G per IPG, e l'angolo LTD, misurato dalla longitudine vera LD determinata.

2. S' intendano congiunti i raggi OG, OS, OI dell'eccentrico. In ordine all'anno tropico medio, al tempo determinato, che impiega il Sole da I a G per IPG, e alli gr. 360 dell'intera periferia si cerchi il quarto proporzionale; si fa noto l'arco IPG, e conseguentemente l'angolo IOG; e perciò noti si rendono pure gli angoli uguali OIG, OGI. Similmente si determini l'arco GS; onde si fa noto pure l'angolo GOS, e noti gli angoli uguali OSG, OGS, e conseguentemente l'angolo SGT.

3. Si metta il raggio dell'eccentrico $OG = 10000000$, e relativamente a tale raggio nel triangolo iscoscele GOS, noti tutti gli angoli, si determini il lato SG.

4. Nel triangolo STG, noti gli angoli STG,

STG, SGT, e'l lato SG, si determini GT.

5. Finalmente nel triangolo TGO, noti i lati TG, GO, e l'angolo compreso TGO, si determinino l'angolo GTO, e'l lato TO, cioè la longitudine LB dell'apogeo A, e l'eccentricità TO relativamente al raggio dell'eccentrico.

Ch'è quanto bisognava insegnare.

AVVERTIMENTO I.

95. Si noti che, determinati nel triangolo OTG gli angoli OTG, OGT, si fa noto l'angolo GOT, e noto anche il suo conseguente GOA; onde noto si fa l'arco GA. E perciò se in ordine alli gr. 360 dell'intera periferia, alli gradi dell'arco GA, e alla lunghezza dell'anno tropico medio si cerca il quarto proporzionale; tale quarto proporzionale dà il tempo, che impiega il Sole a scorrere dall'equinozio di primavera fino all'apogeo A.

AVVERTIMENTO II.

96. Si noti pure che le determinazioni fatte in tempi diversi del luogo dall'apogeo del Sole hanno fatto conoscere che tale apogeo non corrisponde sempre al medesimo punto dell'eclittica, ma che si va avanzando sempre secondo l'ordine de' segni. A suo luogo si dirà che si va avanzando con un

un moto lentissimo di $1' . 6''$ l'anno , e che nel primo di Maggio del corrente anno 1783 si trova corrispondere a $9^{\circ} . 14' . 27''$ di cancro .

AVVERTIMENTO III.

97. Si dovrebbero qui soggiugnere le teoriche e de' pianeti superiori , e de' pianeti inferiori secondo Tolomeo ; ma dal ciò fare ci astenghiamo , per non intertenerci in cose , che non presentano , se non gli sforzi d'un genio , il quale , senza prendere la giusta via , s'ingegna di condursi alla meta . Ci contentiamo solamente d'accennare che per gli moti di ciascuno de' pianeti superiori Tolomeo suppone un cerchio ACPD eccentrico colla terra ; vale a dire che abbia il suo centro O diverso dal centro T della terra ; e vuole che tale cerchio abbia una determinata inclinazione al piano dell'eclittica , e proceda per l'istesso centro T della terra . Suppone in oltre nel medesimo piano del detto eccentrico un altro cerchio uguale ECFD , che abbia il suo centro X nella retta TO prolungata , e tanto distante da O , quanto ne è O distante da T . Suppone di più un terzo cerchio minore IQZV detto l'*epiciclo* , che abbia il suo centro B affisso alla periferia dell'eccentrico ACPD ; e vuole che per effetto del moto proprio del cielo del pianeta roti in se stesso

so l'eccentrico ACPD , e trasporti seco il detto epiciclo , facendo compiere al centro B di moto equabile relativamente non al punto O , ma al punto X dall'occidente verso l'oriente l'intero giro della periferia ACPD in tanto tempo , in quanto tempo il pianeta compie la sua intera rivoluzione periodica . Quindi è che il cerchio ACPD , è chiamato il *deferente* , e l'epiciclo ECFD l'*equante* . Finalmente suppone che il pianeta sia affisso alla periferia dell'epiciclo ; e vuole che l'epiciclo giri intorno al suo centro secondo l'ordine de' segni , e che trasporti seco in giro il pianeta in modo , che il raggio dell'istesso epiciclo , procedente pel centro del pianeta , sia sempre in un piano perpendicolare all'eclittica , parallelo all'altro pure perpendicolare all'eclittica , in cui si trova la linea del moto medio del Sole ; acciocchè in qualunque sito sia l'epiciclo , supposto per B menata la retta TI , sia sempre in I il pianeta nelle congiunzioni medie col Sole , e in Z nelle medie opposizioni ; cioè alle massime distanze dalla terra nelle congiunzioni medie col Sole , e alle distanze minime nelle medie opposizioni ; ben inteso però che sì fatte distanze massime , e minime sono sempre relative al sito , in cui si trova il centro B dell'epiciclo nella periferia ACPD del deferente .

AVVERTIMENTO IV.

98. Le riferite supposizioni di Tolomeo risguardano i moti de' pianeti superiori in longitudine. Si dovrebbero soggiugnere le altre risguardanti i moti in latitudine de' medesimi pianeti; ma ci asteniamo di soggiugnerle, essendo bastanti le già riferite a far comprendere che, se si doveessero i detti pianeti muovere secondo suppone Tolomeo, avrebbero bisogno, d'Intelligenze superiori, destinate all'esecuzione di tali moti. Ci asteniamo pure di accennare le supposizioni del Tolomeo per le teoriche de' pianeti inferiori, facendosi uso in esse anche di deferenti, di equanti, e di epicicli. Da ciò, che s'è accennato intanto si rileva che, se i pianeti e superiori, e inferiori si muovessero nelle rivoluzioni periodiche secondo vuole Tolomeo, descriverebbero curve composte da foglie intrecciate co' nodi; coll'ajuto delle quali foglie spiega il Tolomeo le direzioni, e le retrogradazioni de' pianeti, dovendo andare dritti in progredire per le parti superiori di esse, e retrogradi in progredire per le parti inferiori.

AVVERTIMENTO V.

99. Ci asteniamo di vantaggio d'esporre le teoriche di Copernico; perchè anche que-

questi s'avvalse in esse di cerchi eccentrici, e di epicicli. E' da sapere intanto che se a Copernico è dovuta la gloria d'aver rettificata l'Astronomia per riguardo del sistema del mondo, all'immortale Keplero l'è dovuta non minor gloria d'averla rettificata per riguardo delle orbite planetarie; e d'aver nel tempo istesso scoperte le leggi fondamentali, che osservano i pianeti ne' moti proprj, e che in seguito s'è conosciuto osservarsi anche dalle comete. Keplero con immensa fatica si sforzò di ridurre una moltitudine di luoghi di Marte, che risultavano da calcoli, concordi colle determinazioni fattene dal celebre Ticone; e non li riuscì mai di venirne a capo, finchè s'avvalse ne' suoi calcoli di teoriche, che supponevano un'eccentrico, un'equante, e un'epiciclo: vi pervenne finalmente, quando suppose Marte girare per un'ellisse intorno al Sole immobile in uno de' suoi fuochi. Ecco in che modo il Keplero liberò Marte dall'imbarazzo de' detti cerchi, surrogandovi un'orbita ellittica col Sole immobile in un fuoco di essa. Fu facile dopo ciò all'istesso Keplero liberare tutti gli altri pianeti dall'istesso imbarazzo, con sostituire per ogni pianeta alli detti cerchi un'orbita ellittica col Sole immobile in uno de' fuochi. Ed ecco in che modo vennero dal Keplero rettificate le teoriche astronomiche per riguardo delle orbite planetarie; rettificazione in

in vero che dall' esatta corrispondenza de' calcoli colle osservazioni è stata sempre in seguito confermata non solamente per riguardo di tutt' i pianeti , ma anche per riguardo delle comete .

AVVERTIMENTO VI.

100. Si noti che il medesimo Keplero , prima di conoscere essere ellittiche le orbite planetarie , sospettò che ogni pianeta venisse mosso intorno al Sole da una forza emanante dal Sole istesso , e che l' efficacia di tale forza fosse maggiore a distanza minore dal Sole , e minore a distanza maggiore . Dal che ne dedusse che la velocità in un pianeta deve variare ne' diversi punti dell' orbita in ragione reciproca delle distanze de' medesimi punti dal Sole . Tale conseguenza fe cadere il Keplero nel sospetto che , in girare un pianeta intorno al Sole , fossero le aree proporzionali ai tempi , ragionando a un di presso del seguente modo .
Fig. 4. S' intenda essere ABCD l' orbita , che descrive un pianeta intorno al Sole immobile in S . S' intenda in oltre essere AB , AC due archi qualunque di tale orbita . E finalmente s' intendano da S alli punti A , B , C tirate le rette SA , SB , SC . Supposte le velocità del pianeta per gli diversi elementi degli archi AB , AC in ragione reciproca delle distanze di tali elementi da S ; faranno

no i tempi , che impiegherà il pianeta per sì fatti elementi nella ragione diretta delle medesime distanze . E perciò farà il tempo , che impiegherà il pianeta per l' arco AB a quello , che impiegherà per l' arco AC , come la somma delle distanze da S degli elementi di AB alla somma delle distanze pure da S degli elementi di AC . Ma la prima di tali somme si può considerare come componente l' area ASB , e la seconda come componente l' area ASC . Sicchè il tempo , che il pianeta impiega per l' arco AB , sta a quello , che impiega per l' arco AC , come l' area ASB all' area ASC . E perciò le aree sono proporzionali ai tempi .

AVVERTIMENTO VII.

101. Della proporzionalità delle aree co' tempi volle il Keplero assicurarsene maggiormente con una dimostrazione positiva , quando ancora supponeva i pianeti muoversi per cerchi eccentrici . Suppone due archetti descritti da un pianeta circa gli apsi in tempi uguali ; e , supponendo le velocità in ragione reciproca delle distanze , dimostra essere relativamente al Sole le aree corrispondenti a tali archetti uguali . E da ciò ne dedusse generalmente che in girare un pianeta intorno al Sole , le aree intorno al Sole , corrispondenti agli archi in tempi uguali , sono uguali , e conseguentemente le
cor-

corrispondenti ad archi descritti in tempi qualunque sono proporzionali alli medesimi tempi. Di sì fatta proporzionalità se ne persuase talmente il Keplero, che l'adottò, senza farne altra dimostrazione, per le orbite ellittiche. Intanto tale proporzionalità delle aree co' tempi, se non è stata affatto dimostrata con raziocinio fondato su principi meccanici, e geometrici per le orbite ellittiche, ed è stata dimostrata con dimostrazione assai difettosa per le orbite circolari, è stata dall'accordo de' calcoli, che l'hanno supposta, colle osservazioni da lungo tempo posta fuori d'ogni dubbio; talchè da lungo tempo è passata nella classe delle leggi astronomiche; vale a dire nella classe delle verità astronomicamente dimostrate; di cui non se ne dubita più in Astronomia.

AVVERTIMENTO VIII.

102. So che l'immortale Newton abbia rigorosamente dimostrato essere le aree proporzionali alli tempi, qualunque ne sieno le orbite descritte da' pianeti intorno al Sole, con supporre i pianeti animati da una forza tendente di continuo verso il Sole: e all'opposto essere i pianeti animati da una forza tendente di continuo verso del Sole, con supporre essere le aree proporzionali a' tempi. Sicchè di sì fatte dimostrazioni la prima è fondata sulla supposizione d'essere i pia-

i pianeti animati da una forza tendente di continuo verso del Sole, e la seconda sulla supposizione d'essere le aree proporzionali a' tempi. Or siccome è da dimostrarsi che ogni pianeta sia animato da forza tendente di continuo al Sole: così dobbiamo contentarci d'essere stata la proporzionalità delle aree co' tempi astronomicamente dimostrata; acciò in conseguenza di tale proporzionalità si possa dimostrare l'esistenza della detta forza ne' pianeti; altrimenti si caderebbe nella fallacia, detta da Logici *cerchio vizioso*.

AVVERTIMENTO IX.

103. Si noti di vantaggio che il Keplero, dopo di avere conosciuto essere ellittiche le orbite planetarie, ed essere le aree di tali orbite relativamente al Sole immobile in uno de' fuochi delle medesime proporzionali ai tempi, procurò di determinare le distanze medie de' pianeti dal Sole del modo, che s'insegnerà a suo luogo. Fatte poi tali determinazioni, cercò di vedere se v'era qualche analogia tra sì fatte distanze, e i tempi periodici de' medesimi pianeti, che trovava già determinati, o tra alcune potenze di esse distanze, e di essi tempi. Dopo faticosissimi calcoli, e calcoli qualche volta errati, li riuscì finalmente di scoprire che i quadrati de' tempi periodici, che impiegano i pianeti a girare intorno al Sole,

sono nella ragione de' cubi delle distanze medie, che gli stessi pianeti hanno dal Sole. Quest' altra analogia, trovata dal Keplero tra i quadrati de' tempi periodici, e i cubi delle distanze medie de' pianeti dal Sole, è stata talmente confermata dagli Astronomi posteriori, e verificata anche ne' satelliti e di Giove, e di Saturno, che s'è da più tempo annoverata pure tra le leggi astronomiche. Però tale legge, come dimostreremo in seguito, deriva dall' essere le orbite ellittiche col Sole in uno de' fuochi di esse, e le aree relativamente al Sole proporzionali ai tempi.

AVVERTIMENTO X.

104. Da quanto s'è fin qui detto agevolmente si comprende che, in proseguire innanzi l' Astronomia, tutto l' edificio sarà appoggiato a tre basi fondamentali. La prima sarà che il Sole stia immobile nel suo sito, e che la terra si muova giornalmente intorno al proprio asse, e annualmente intorno al Sole. La seconda sarà che le orbite de' pianeti sieno ellittiche, e che habbiano tutte il Sole in uno de' fuochi di esse. La terza finalmente sarà che le aree relativamente al Sole, trattandosi de' pianeti primarij, e relativamente alli pianeti primarij, trattandosi de' pianeti secondarij, sieno proporzionali ai tempi. Prima intanto di metterci in cam-

cammino, ci piace di premettere il come con facilità si spiegano i principali fenomeni celesti coll' ajuto del moto e diurno, e annuo della terra. Perciò soggiugniamo i due seguenti capi.

C A P. IV.

Si spiegano nel sistema copernicano l' apparente moto diurno di tutt' i corpi celesti, l' apparente moto annuo del Sole, e le vicende delle stagioni, de' giorni, e delle notti.

Spiega dell' apparente moto diurno di tutt' i corpi celesti.

105. Rotando la terra secondo il sistema copernicano in ogni giorno dall' occidente verso l' oriente intorno al suo asse, agli spettatori terrestri, che non s' avveggon di tale rotazione, deve apparire che rotati nel medesimo tempo per direzione opposta, cioè dall' oriente verso l' occidente intorno l' asse del mondo tutta la sferamondana, e conseguentemente tutt' i corpi celesti, che appariscono nella sua superficie. Ed

ecco come, per la rotazione diurna della terra dall'occidente verso l'oriente intorno al proprio asse, deriva l'apparente moto diurno di tutt' i corpi celesti dall'oriente verso l'occidente intorno l'asse mondano.

AVVERTIMENTO I.

106. Si noti che col rotare la terra intorno al proprio asse, deve rotare anche intorno all'istesso asse l'orizzonte terrestre di qualunque luogo della terra. E perciò il nascere, e tramontare de' corpi celesti relativamente a un luogo della terra deriva non da moto reale di tali corpi dall'oriente all'occidente, ma da moto reale dell'orizzonte terrestre del luogo dall'occidente verso l'oriente. L'istesso si deve intendere del passaggio de' corpi celesti pel meridiano di qualunque luogo terrestre.

AVVERTIMENTO II.

Fig. 5. 107. Contraffegnino ABCD l'eclittica, S il Sole, PERQ la terra, PR il suo asse, e PGR il meridiano d'un luogo terrestre, che per chiarezza chiamo L. Ricevendo il meridiano PGR in ogni rivoluzione giornaliera della terra tutte le infinite diverse posizioni possibili; qualora si trova diretto al centro d'un corpo celeste, allora si dice passare tale corpo pel meridiano del

luogo L. Si supponga succedere il passaggio d'un corpo celeste pel meridiano PGR nel momento, in cui il centro della terra si trova in C. Se la terra in una sua rivoluzione restasse immobile in C, la rivoluzione incominciata nel momento del passaggio del corpo celeste pel meridiano PGR si terminerebbe, tornato il meridiano PGR alla medesima situazione di prima; onde, supposto immobile il detto corpo celeste, tornerebbe tale corpo a passare pel medesimo detto meridiano, e da un passaggio all'altro per sì fatto meridiano vi scorrerebbe il tempo preciso d'una intera rivoluzione della terra intorno al proprio asse. Or la terra intanto si trasferisce per un arco dell'eclittica. Si supponga trasferirsi per l'arco CF. Sicchè la rivoluzione della terra, incominciata in C dal momento del passaggio pel meridiano PGR del corpo celeste, si compie quando la stessa terra è giunta in F, e conseguentemente quando il medesimo meridiano PGR è in F in una situazione parallela a quella avuta in C. E perciò, se il corpo celeste è una stella, ella per l'immensa distanza, che ha dalla terra, tornerà a vederfi passare pel medesimo meridiano PGR, compita la detta rivoluzione della terra in F; se poi è il Sole, non può egli vederfi tornato all'istesso detto meridiano, compita la rivoluzione della terra in F, ma deve la terra raggiargli per altro poco,

affinchè possa il meridiano PGR corrispondere di nuovo al Sole.

COROLLARIO.

108. Da ciò è facile a dedurne le seguenti conseguenze. 1. Che il giorno sidero è sempre più breve del giorno solare. 2. Che il giorno sidero è il tempo preciso, che impiega la terra a girare intorno al proprio asse. 3. Che trovandosi il giorno sidero sempre dell'istessa misura, dell'istessa misura deve sempre essere il tempo della rivoluzione intera della terra intorno al proprio asse. 4. Finalmente che non essendo costante l'arco, che descrive la terra per l'eclittica in tutte le sue rivoluzioni diurne, costante non può essere per tutto l'anno neppure l'eccesso del giorno solare sul giorno sidero, e conseguentemente costante per tutto l'anno non può nè tampoco essere la lunghezza dell'istesso giorno solare.

Spiega dell'apparente moto annuo del Sole.

Fig. 6. 109. S' intenda essere S il Sole, e ABCD l'orbita della terra; e s'intenda tale orbita estesa fino alla superficie della sfera mondana, talchè LMNO rappresenti l'eclittica, ed

ed S il suo centro. E finalmente s'intendano per S tirati i diametri LN, OM dell'eclittica, che intersecano il perimetro della detta orbita ne' punti A, B, C, D. E' chiaro che trovandosi la terra in A, il Sole S deve apparire nel punto L dell'eclittica; e che progredendo la terra successivamente per gli archi AB, BC, CD, DA secondo l'ordine de' segni, deve apparire di progredire il Sole successivamente anche secondo l'ordine de' segni per gli archi dell'eclittica LM, MN, NO, OL. Ed ecco come dal moto annuo vero della terra per la sua orbita secondo l'ordine de' segni deriva l'apparente moto annuo del Sole per l'eclittica anche secondo l'ordine de' segni.

COROLLARIO.

110. Quindi se in L è il principio d'ariete, in M il principio di cancro, e conseguentemente in N il principio di libra, e in O il principio di capricorno; quando il Sole S veduto dalla terra apparisce essere nel principio d'ariete L, la terra veduta dal Sole apparirebbe nel principio di libra N; e similmente quando il Sole S veduto dalla terra apparisce nel principio di cancro M, la terra veduta dal Sole apparirebbe nel principio di capricorno O.

Spiega delle vicenne delle stagioni.

Fig. 5. III. Contraffegnino ABCD l'orbita terrestre, S il Sole, e PERQ la terra; e contraffegnino della terra PR l'asse, EQ l'equatore, LM il tropico di cancro, NO il tropico di capricorno, P il polo settentrionale, e R il polo meridionale. Poichè la terra nel girare per la sua orbita mantiene sempre il suo asse parallelo a se stesso, e inclinato all'eclittica con un angolo uguale al complimento al retto dell'inclinazione dell'eclittica coll'equatore, vale a dire con un angolo di $66^{\circ} . 31' . 49''$; se per S s'intende tirata SZ parallela all'asse terrestre PR, deve essere SZ inclinata al piano ABCD dell'eclittica col detto angolo. S'intenda per S menata la retta BD, comune sezione del piano ABCD col piano dell'angolo d'inclinazione della retta SZ coll'istesso piano ABCD; e per l'istesso punto S s'intenda anche menata nel medesimo piano ABCD la retta AC perpendicolare a BD. E' chiaro pel § 64 della Geo. Sol. che di tutti gl'infiniti angoli, che può formare ZS colle infinite rette, che da S si possono menare agl'infiniti diversi punti del perimetro ABCD, il minimo è ZSB di $66^{\circ} . 31' . 49''$, e l' massimo è il suo conseguente ZSD di $113^{\circ} . 28'$.

$28' . 11''$; che ciascuno degli angoli ZSA, ZSC è retto; che ciascuno di quelli, che forma ZS colle rette tirate da S a punti sì dell'arco CD, che dell'arco DA è maggiore del retto, e tanto più approssimante al massimo ZSD, quanto più il punto dell'arco CD, o DA s'avvicina al punto D; e finalmente che ciascuno degli altri angoli, che forma ZS colle rette tirate da S a punti sì dell'arco AB, che dell'arco BC è minore del retto, e tanto più approssimante al minimo ZSB, quanto più il punto dell'arco AB, o BC s'avvicina al punto B. Ciò posto

1. Quando la terra si trova in C, e conseguentemente il Sole apparisce in A; essendo l'asse terrestre PR parallelo ad SZ, e l'angolo ZSC retto, retto sarà anche l'angolo PCS. Onde l'arco del meridiano terrestre, procedente per CS, che tramezza tra 'l polo P, e la retta CS, è di 90° , quant' è la distanza del polo P dall'equatore. E perciò la retta CS nel momento, in cui la terra è in C, incontra la superficie dell'istessa terra nella periferia dell'equatore. Per la qual cosa il Sole nel detto momento corrisponde verticalmente all'equatore terrestre, e conseguentemente apparisce nell'equatore celeste, cioè nel principio d'ariete, in cui la periferia dell'equatore s'interseca da una banda con quella dell'eclittica, accadendo in sì fatto momento l'e-

l'equinozio di primavera. E di più perchè, durante una rivoluzione diurna, di poco la terra s'avanza nell'eclittica; perciò, durante la rivoluzione diurna, in cui la terra si trova in C, la retta CS incontra sempre la terra a un di presso nella periferia dell'equatore. Sicchè, durante la rivoluzione diurna, in cui succede l'equinozio di primavera, il Sole deve apparire descrivere l'equatore celeste.

2. Quando poi la terra procede da C in D, e l'Sole conseguentemente apparisce procedere da A in B; andandosi l'angolo ZSC successivamente accrescendo sul retto fino a $113^{\circ}.31'.49''$ in D, l'angolo PCS s'anderà successivamente diminuendo per rispetto del retto fino a $66^{\circ}.28'.11''$ nell'istesso punto D. Onde l'arco del meridiano terrestre, procedente pel Sole S, e che tra mezza tra l' polo settentrionale P, e la retta CS s'anderà successivamente diminuendo per rispetto dell'arco di quadrante fino all'arco di $66^{\circ}.28'.11''$. Sicchè il Sole anderà verticalmente corrispondendo non più all'equatore, ma a paralleli, li quali s'anderanno successivamente allontanando dall'equatore EQ verso il tropico di cancro LM; e conseguentemente in ogni giorno, pel picciolo avanzo giornaliero della terra nell'eclittica, apparirà descrivere paralleli celesti, li quali da giorno in giorno s'anderanno sempre avvicinando al tropico di cancro.

cancro. Per la qual cosa si ha la primavera, intanto che la terra si trasferisce da C a D, ed il Sole per conseguenza apparisce trasferirsi da A a B.

3. Quando la terra si trova in D, e l'Sole conseguentemente apparisce in B; essendo l'angolo PDS di $66^{\circ}.31'.49''$, quant'è la distanza del tropico di cancro LM dal polo settentrionale P, nel momento, in cui la terra si trova in D, la retta SD incontra la superficie terrestre nella periferia del tropico di cancro; e perciò in tale momento il Sole corrisponde verticalmente al detto tropico, e conseguentemente apparisce nel tropico di cancro celeste, cioè nel principio di cancro, in cui la periferia dell'istesso tropico si tocca con quella dell'eclittica, accadendo in sì fatto momento il solstizio di state. E di più perchè, durante una rivoluzione diurna, di poco la terra s'avanza nell'eclittica; perciò, durante la rivoluzione diurna, in cui la terra si trova in D, la retta SD incontra sempre la terra a un di presso nella periferia del detto tropico. Sicchè, durante la rivoluzione diurna, in cui succede il solstizio di state, il Sole deve apparire descrivere il tropico celeste di cancro.

4. Quando in oltre la terra procede da D ad A, e l'Sole conseguentemente apparisce procedere da B a C; andandosi l'angolo PDS successivamente avvicinando al
ret-

retto, l'arco del meridiano terrestre, procedente pel Sole S, e che tramezza tra 'l polo settentrionale P, e la retta SD s'anderà successivamente approssimando all'arco di quadrante. Onde il Sole anderà verticalmente corrispondendo non più al tropico di cancro, ma a paralleli, li quali s'anderanno successivamente avvicinando dal tropico di cancro LM all'equatore EQ; e conseguentemente in ogni giorno, pel picciolo avanzo giornaliero della terra nell'eclittica, apparirà descrivere paralleli celesti, li quali da giorno in giorno s'anderanno sempre avvicinando all'equatore. Per la qual cosa si ha la state, intanto che la terra si trasferisce da D ad A, ed il Sole per conseguenza apparisce trasferirsi da B a C.

5. Quando di più la terra si trova in A, e 'l Sole conseguentemente apparisce in C, accade similmente l'equinozio d'autunno, e nel giorno di tale equinozio il Sole apparisce descrivere un'altra volta l'equatore.

6. Quando di vantaggio la terra procede da A a B, e 'l Sole per conseguenza apparisce procedere da C a D; andandosi l'angolo ZSA successivamente diminuendo dal retto fino a $66^{\circ} . 31' . 49''$ in B, l'angolo PAS s'anderà successivamente accrescendo relativamente al retto fino a $113^{\circ} . 28' . 11''$ in B. E perciò il Sole anderà verticalmente corrispondendo non più all'equatore, ma a paralleli, li quali s'anderanno succe-

siva-

sivamente allontanando dall'equatore EQ verso il tropico di capricorno NO; e conseguentemente in ogni giorno, pel picciolo avanzo diurno della terra nell'eclittica, apparirà descrivere paralleli celesti, li quali da giorno in giorno s'anderanno sempre avvicinando al detto tropico. Per la qual cosa si ha l'autunno, intanto che la terra si trasferisce da A a B, e 'l Sole per conseguenza apparisce trasferirsi da C a D.

7. Quando ulteriormente la terra si trova in B, e 'l Sole conseguentemente apparisce in D, accade similmente il Solstizio d'inverno, e nel giorno di tale solstizio il Sole apparisce descrivere il tropico di capricorno.

8. Quando finalmente la terra procede da B a C, e 'l Sole conseguentemente apparisce procedere da D ad A; andandosi l'angolo PBS successivamente avvicinando al retto, anderà il Sole verticalmente corrispondendo non più al tropico di capricorno NO, ma a paralleli, li quali s'anderanno successivamente allontanando dal detto tropico verso l'equatore EQ; e conseguentemente l'istesso Sole apparirà in ogni giorno andare descrivendo paralleli celesti, li quali da giorno in giorno s'anderanno sempre avvicinando all'equatore. Per la qual cosa si ha l'inverno, intanto che la terra procede da B a C, e 'l Sole conseguentemente apparisce procedere da D ad A.

Ed

Ed ecco in che modo dal moto vero della terra per l'eclittica in un anno, e dal parallelismo dell'asse terrestre derivano le vicende delle stagioni.

AVVERTIMENTO I.

112. Si noti che nello spiegare le vicende delle stagioni non s'è avuto riguardo alla variazione dell'inclinazione dell'eclittica; perchè tale variazione non altera affatto nè i tempi delle stagioni, nè le lunghezze di esse, sebbene alterasse alquanto le distanze de' tropici dall'equatore.

AVVERTIMENTO II.

113. Si noti ancora che non ci prendiamo pena di spiegare nel sistema copernicano le vicende de' giorni, e delle notti, spiegandosi in questo sistema, come si sono spiegate nel sistema antico; poichè nel sistema copernicano, per gli moti della terra e diurno, e annuo, apparisce muoversi il Sole del modo, che realmente si suppone muoversi nel sistema antico.

C A P. V.

Si spiegano nel sistema copernicano le direzioni, le stazioni, e le retrogradazioni de' pianeti primarij, e se ne deducono le conseguenze, che immediatamente dedurre se ne possono da tali spieghe.

Spiega per gli pianeti superiori.

114. Contrassegnino ADFG l'orbita terrestre, HLO l'orbita di qualunque de' pianeti superiori, PTY la sfera mondana, e S il Sole.

1. Sia I il sito, dove il pianeta si trova in una opposizione col Sole S, e sia QS la retta procedente per I, ed S; sarà C il sito della terra nella medesima opposizione. Essendo la terra più veloce del pianeta, debbono ambidue tali corpi prima dell'opposizione trovarsi in qualche momento in una retta tangente l'orbita terrestre a destra della retta QS, e dopo in altro momento trovarsi in un'altra retta tangente l'istessa orbita a sinistra della

la medesima retta QS. Sia la prima di tali rette AR, e la seconda EP; talchè prima dell' opposizione, quando la terra perviene in A, il pianeta pervenga in H, e dopo, quando la terra perviene in E, il pianeta pervenga in K. E' chiaro che in procedere secondo l'ordine de' segni la terra da A a C, e da C ad E, e'l pianeta da H ad I, e da I a K, l'istesso pianeta deve apparire procedere in contraria direzione de' segni da R a Q, e da Q a P. Sicchè il pianeta apparisce retrogrado per tutto l'arco RP, intanto che la terra, e'l pianeta istesso procedono direttamente da A, e H fino al momento dell'opposizione per gli archi AC, HI, e dal momento dell'opposizione da C, e I per gli archi CE, IK.

2. Procedendo innanzi nelle proprie orbite secondo l'ordine de' segni la terra da E, e'l pianeta da K, il pianeta deve apparire successivamente andarsi allontanando da P verso sinistra, e conseguentemente secondo l'ordine de' segni, e andarsi avvicinando alla congiunzione col Sole. Si supponga tale congiunzione accadere, pervenuto il pianeta in L; e si supponga altresì essere TG la retta procedente per L, e S. Nel momento di tale congiunzione la terra deve trovarsi in G. Procedendo ulteriormente innanzi la terra da G, e'l pianeta da L, debbono di nuovo trovarsi ambidue tali corpi in una retta tangente l'orbita terrestre. Sia
BY

BY tale tangente, talchè, in pervenire la terra in B, il pianeta pervenga in M. E' chiaro che in procedere secondo l'ordine de' segni la terra da E a G, e da G a B, e'l pianeta da K ad L, e da L a M, l'istesso pianeta deve apparire procedere pure secondo l'ordine de' segni da P a T, e da T a Y. Sicchè il pianeta apparisce diretto per tutto l'arco PY, intanto che la terra, e'l pianeta procedono direttamente da E, e K fino al momento della congiunzione per gli archi EG, KL, e dal momento della congiunzione da G, e L per gli archi GB, LM.

3. Procedendo in oltre innanzi nelle proprie orbite secondo l'ordine de' segni la terra da B, e'l pianeta da M, s' andranno di nuovo avvicinando all'altra opposizione. Si supponga accadere tale altra opposizione, quando il pianeta giugne in N; e sia XS la retta procedente per N, e S. Nel momento di sì fatta opposizione la terra deve trovarsi in D. Si supponga di più essere VF la retta tangente l'orbita terrestre, nella quale retta dopo l'opposizione si debbono insieme trovare la terra, e'l pianeta. E' chiaro pure che in procedere secondo l'ordine de' segni la terra da B a D, e da D ad F, e'l pianeta da M a N, e da N a O, l'istesso pianeta deve apparire procedere in contraria direzione de' segni da Y a X, e da X ad V. Sicchè il pianeta apparisce un'altra volta retrogrado per tutto l'arco YV, intanto
Tom.III. F che

che la terra, e 'l pianeta procedono direttamente da B, ed M fino al momento dell' opposizione per gli archi BD, MN, e dal momento dell' opposizione da D, ed N per gli archi DF, NO.

4. Dell' istesso modo proseguendo si conosce che, movendosi la terra, e 'l pianeta per le orbite proprie, procedendo sempre sì l' una, che l' altro secondo l' ordine de' segni, deve il pianeta essere circa le opposizioni col Sole sempre retrogrado, e circa le congiunzioni sempre diretto; e che ne' passaggi dalle direzioni alle retrogradazioni, e dalle retrogradazioni alle direzioni deve per qualche intervallo di tempo, più, o meno lungo a proporzione della lentezza maggiore, o minore della velocità del pianeta relativamente a quella della terra non apparire nè diretto, nè retrogrado, e conseguentemente stazionario.

COROLLARIO I.

115. Quindi nel sistema copernicano le stazioni, e le retrogradazioni de' pianeti superiori non sono, se non mere apparenze, derivanti dal moto periodico della terra intorno al Sole più veloce di quello de' medesimi pianeti.

COROLLARIO II.

116. Dovendo per le tangenti ZA, ZE essere l' arco ACE, per cui la terra si deve muovere, durante una retrogradazione del pianeta, minore sempre dell' arco restante EGA dell' orbita terrestre, e più minore dell' arco EGB, per cui l' istessa terra si deve muovere, durante la direzione dell' istesso pianeta: è facile ad intendere che i pianeti superiori impiegano minor tempo nelle retrogradazioni, che nelle direzioni.

COROLLARIO III.

117. In oltre quanto più il pianeta è rimoto, tanto più l' arco AE si fa maggiore, ed RP minore. E perciò quanto più il pianeta è rimoto, tanto più cresce il tempo della retrogradazione, e si diminuisce l' arco dell' istessa retrogradazione.

AVVERTIMENTO I.

118. Sia la terra in C, e 'l pianeta in I in una opposizione dell' istesso pianeta col Sole. Scorso un anno dopo tale opposizione, la terra ritorna in C, e 'l pianeta si deve trovare avanzato all' oriente nella sua orbita di circa $\frac{1}{3}$ dell' istessa orbita, se è Saturno, di circa $\frac{1}{2}$, se è Giove, e di

circa $\frac{8}{15}$, se è Marte; perchè descrive la sua orbita nello spazio Saturno di circa 30 anni, Giove di circa 12 anni, e Marte di circa an. $1\frac{2}{3}$, o sia di $\frac{5}{3}$ d'anno. Per poter dunque la terra pervenire in corrispondenza del sito, dove si trova allora il pianeta, deve impiegare $\frac{5}{30}$ di anno, se il pianeta è Saturno, $\frac{1}{12}$, se è Giove, e $\frac{2}{15}$, se è Marte. Intanto il pianeta si deve ulteriormente avanzare verso l'oriente di $\frac{1}{30}$ di $\frac{5}{30}$ della sua orbita, se è Saturno, di $\frac{1}{12}$ di $\frac{1}{12}$, se è Giove, e di $\frac{2}{15}$ di $\frac{2}{15}$, se è Marte; e perciò per pervenire la terra, dove si trova il pianeta in tale tempo, deve impiegarvi di più $\frac{1}{30}$ di $\frac{1}{30}$ di anno, se si tratta di Saturno, $\frac{1}{12}$ di $\frac{1}{12}$, se si tratta di Giove, e $\frac{2}{15}$ di $\frac{2}{15}$, se si tratta di Marte; e così procedendo in infinito. Sicchè da un'opposizione all'altra deve a un di presso scorrere un tempo disegnato per Saturno dalla serie infinita

an. $1 + \frac{1}{30} + \frac{1}{30^2} + \frac{1}{30^3}$, ec. in infinito;

per Giove dalla serie infinita

an. $1 + \frac{1}{12} + (\frac{1}{12})^2 + (\frac{1}{12})^3$, ec. in inf.

e per Marte dalla serie infinita

an. $1 + \frac{2}{15} + (\frac{2}{15})^2 + (\frac{2}{15})^3$, ec. in inf.

Or la somma della prima di tali serie è uguale $\frac{30}{29}$ di anno, o sia a an. $1\frac{1}{29}$, ovvero a un anno, e gior. 13, della seconda è uguale a $\frac{12}{11}$ di an., o sia a an. $1\frac{1}{11}$, ovvero

ovvero a un an., e giorni 33, e della terza è uguale a $\frac{7}{2}$ di an., o sia ad anni $2\frac{1}{2}$, ovvero a an. 2, e gior. 52. Dunque da una opposizione all'altra scorrono a un di presso per Saturno an. 1, e gior. 13., per Giove an. 1, e gior. 33, e per Marte an. 2, e gior. 52.

AVVERTIMENTO II.

119. Si noti che il tempo, che scorre da un'opposizione all'altra d'un pianeta è a un dipresso tanto, quanto quello, che scorre da una congiunzione all'altra, e quanto quello pure, che scorre dal principio d'una retrogradazione al principio della retrogradazione, che immediatamente segue. E perciò se la terra s'è trovata in A, quando Saturno, o Giove ha incominciato ad apparire retrogrado; scorso un anno, e ritornata la terra in A, non può Saturno, o Giove incominciare ad apparire di nuovo retrogrado, se la terra non s'avanza in B per circa 13 altri giorni, se si tratta di Saturno, e per circa 33 altri giorni, se si tratta di Giove. Similmente se la terra s'è trovata in A, quando Marte ha incominciato ad apparire retrogrado; scorsi due anni, e ritornata la terra due volte in A, non può Marte incominciare ad apparire di nuovo retrogrado, se la terra non s'avanza in B per circa 52 altri giorni.

COROLLARIO IV.

120. Quindi il sito della terra nella sua orbita in ogni principio di retrogradazione d'un pianeta superiore non è costante, ma va sempre avanzandosi dall'occidente verso l'oriente.

AVVERTIMENTO III.

121. Si noti pure che le determinazioni già fatte de' tempi da scorrere da opposizione ad opposizione, o da congiunzione a congiunzione, o da principio di retrogradazione a principio di retrogradazione per riguardo de' pianeti superiori, si debbono prendere per determinazioni fatte all'ingrosso per più ragioni. 1. Perchè i tempi periodici adoperati sono i tempi periodici all'ingrosso determinati. 2. Perchè i pianeti ne' diversi siti delle orbite hanno velocità diverse, secondo si dimostrerà a suo luogo. 3. Finalmente perchè, essendo la figura delle orbite ellittiche, e variando ne' diversi siti di esse e le velocità, e le distanze de' pianeti dalla terra, non possono gli archi delle retrogradazioni dell'istesso pianeta essere dell'istessa misura.

Spiega per gli pianeti inferiori.

122. Contraffegnino AGF l'orbita terre- Fig. 8. stre, LHIO l'orbita di Mercurio, o di Venere, PTX la sfera mondana, e S il Sole.

1. Sia I il sito, dove il pianeta si trova in una congiunzione inferiore col Sole S, e sia QZ la retta procedente per S, e I; farà C il sito della terra nella medesima congiunzione. Essendo la terra men veloce del pianeta, debbono ambidue tali corpi prima della detta congiunzione trovarsi in qualche momento in una retta tangente l'orbita del pianeta a sinistra di CQ, e dopo in altro momento trovarsi in un'altra retta tangente la medesima orbita a destra dell'istessa CQ. Sia la prima di tali rette RZ, e la seconda ZP; talchè prima della congiunzione, quando la terra perviene in A, il pianeta pervenga in H; e dopo, quando la terra perviene in E, il pianeta pervenga in K. E' chiaro che in procedere secondo l'ordine de' segni la terra da A a C, e da C ad E, e il pianeta da H ad I, e da I a K, l'istesso pianeta deve apparire procedere in contraria direzione de' segni da R a Q, e da Q a P. Sicchè il pianeta apparisce retrogrado per tutto l'arco RP, in-

intanto che la terra, e 'l pianeta istesso procedono direttamente da A, e H fino al momento della congiunzione per gli archi AC, HI, e dal momento della congiunzione da C, e I per gli archi CE, IK.

2. Procedendo innanzi nelle proprie orbite secondo l'ordine de' segni la terra da E, e 'l pianeta da K, il pianeta deve apparire successivamente andarsi allontanando da P verso sinistra, e conseguentemente secondo l'ordine de' segni, e andarsi avvicinando alla congiunzione superiore col Sole. Si supponga tale congiunzione accadere, pervenuto il pianeta in L; e si supponga altresì essere TG la retta procedente per L, e S. Nel momento di tale altra congiunzione la terra deve trovarsi in G. Procedendo ulteriormente innanzi la terra da G, e 'l pianeta da L, debbono di nuovo trovarsi ambidue tali corpi in una retta tangente l'orbita del pianeta. Sia BY tale tangente; talchè, in pervenire la terra in B, il pianeta pervenga in M. E' chiaro che in procedere secondo l'ordine de' segni la terra da E a G, e da G a B, e 'l pianeta da K ad L, e da L ad M, l'istesso pianeta deve apparire procedere pure secondo l'ordine de' segni da P a T, e da T ad Y. Sicchè il pianeta apparisce diretto per tutto l'arco PY, intanto che la terra, e 'l pianeta procedono direttamente da E, e K fino al momento della congiunzione superiore

riore per gli archi EG, KL, e dal momento dell'istessa congiunzione da G, e L per gli archi GB, LM.

3. Procedendo in oltre innanzi nelle proprie orbite secondo l'ordine de' segni la terra da B, e 'l pianeta da M, s'anderanno di nuovo avvicinando all'altra congiunzione inferiore. Si supponga accadere tale altra congiunzione, quando il pianeta giugne in N; e sia XD la retta procedente per S, e N. Nel momento di sì fatta congiunzione la terra deve trovarsi in D. Si supponga di più essere VF la retta tangente l'orbita del pianeta, nella quale retta dopo la detta congiunzione si debbono insieme trovare la terra, e 'l pianeta. E' chiaro pure che in procedere secondo l'ordine de' segni la terra da B a D, e da D ad F, e 'l pianeta da M ad N, e da N ad O, l'istesso pianeta deve apparire procedere in contraria direzione de' segni da Y ad X, e da X ad V. Sicchè il pianeta apparisce un'altra volta retrogrado per tutto l'arco YV, intanto che la terra, e 'l pianeta procedono direttamente da B, ed M fino al momento della detta congiunzione per gli archi BD, MN, e dal momento dell'istessa congiunzione da D, e N per gli archi DF, NO.

4. Dell'istesso modo proseguendo si conosce che movendosi la terra, e 'l pianeta per le orbite proprie, procedendo sempre sì l'una, che l'altro secondo l'ordine de' segni,

gni, deve il pianeta essere circa le congiunzioni inferiori col Sole sempre retrogrado, e circa le congiunzioni superiori sempre diretto; e che ne' passaggi dalle direzioni alle retrogradazioni, e dalle retrogradazioni alle direzioni deve per qualche intervallo di tempo, più, o meno lungo a proporzione della minore, o maggiore velocità del pianeta relativamente a quella della terra, non apparire nè diretto, nè retrogrado, e conseguentemente stazionario.

COROLLARIO I.

123. Quindi nel sistema copernicano le stazioni, e le retrogradazioni de' pianeti inferiori sono pure mere apparenze, derivanti dal moto periodico della terra intorno al Sole, men veloce di quello de' medesimi pianeti.

COROLLARIO II.

124. Dovendo per le tangenti ZH, ZK essere l'arco HIK, per cui il pianeta si deve muovere, durante una sua retrogradazione, minore sempre dell'arco restante KLM, e più minore dell'arco KLM, per cui l'istesso pianeta si deve muovere, durante la direzione: è facile ad intendere che anche i pianeti inferiori impiegano minor tempo nelle retrogradazioni, che nelle direzioni.

CO.

COROLLARIO III.

125. In oltre quanto più il pianeta è prossimo al Sole, tanto più l'arco HK si fa parte maggiore dell'orbita, e l'arco RP minore. E perciò a proporzione del tempo dell'intera rivoluzione è maggiore il tempo della retrogradazione per Mercurio, che per Venere, e minore per Mercurio, che per Venere l'arco RP dell'istessa retrogradazione.

AVVERTIMENTO I.

126. Sia la terra in C, e'l pianeta in I in una congiunzione inferiore dell'istesso pianeta col Sole. Scorfa una rivoluzione intera del pianeta dopo la detta congiunzione, il pianeta ritorna in I, e la terra si deve trovare avanzata nella sua orbita di circa $\frac{87}{365}$ dell'istessa orbita, se il pianeta è Mercurio, e di circa $\frac{224}{365}$, se è Venere; perchè descrive la sua orbita nello spazio di circa 87 giorni Mercurio, di circa 224 giorni Venere, e di circa 365 giorni la Terra. Per poter dunque il pianeta pervenire in corrispondenza del sito, dove si trova allora la Terra, deve impiegare $\frac{87}{365}$ del suo tempo periodico, se è Mercurio, e $\frac{224}{365}$ del suo tempo periodico, se è Venere. Intanto la terra si deve ulteriormente avanzare nella sua orbita di $\frac{87}{365}$ di $\frac{87}{365}$, o sia di

AVVERTIMENTO II.

92. **T R A T T A T O**
 di $(\frac{87}{365})^2$ dell' istessa orbita, se il pianeta è Mercurio, e di $\frac{224}{365}$ di $\frac{224}{365}$, o sia di $(\frac{224}{365})^2$ dell' istessa orbita, se è Venere; e perciò per giugnere il pianeta, dove si trova la Terra in tale tempo, deve impiegarvi di più $(\frac{87}{365})^2$ del suo tempo periodico, se si tratta di Mercurio, e $(\frac{224}{365})^2$ del tempo suo periodico, se si tratta di Venere; e così procedendo all' infinito. Sicchè, posto il tempo periodico del pianeta = 1, da una congiunzione inferiore all' altra anche inferiore deve a un di presso scorrere un tempo disegnato per Mercurio dalla serie infinita

$1 + \frac{87}{365} + (\frac{87}{365})^2 + (\frac{87}{365})^3$, ec. in infi.
 e per Venere dalla serie infinita

$1 + \frac{224}{365} + (\frac{224}{365})^2 + (\frac{224}{365})^3$, ec. in infi.

Or la somma della prima di tali serie è uguale a $\frac{365}{278}$ del tempo periodico, o sia a $\frac{365}{278} \times 87$, ovvero a giorni 114, e della seconda è uguale a $\frac{365}{141}$ del tempo periodico, o sia $\frac{365}{141} \times 224$, ovvero a giorni 580. Dunque da una congiunzione inferiore all' altra anche inferiore scorrono a un di presso per Mercurio giorni 114, o circa mesi 4, e per Venere giorni 580, o circa mesi 19.

AV.

127. Si noti che il tempo, che scorre da una congiunzione inferiore all' altra anche inferiore è a un di presso tanto, quanto quello, che scorre da una congiunzione superiore all' altra anche superiore, e quanto quello pure, che scorre dal principio d' una retrogradazione al principio della retrogradazione, che immediatamente segue. E perciò se la Terra s' è trovata in A, quando Mercurio, o Venere ha incominciato ad essere retrogrado, non può il pianeta incominciare di nuovo ad essere retrogrado, se, scorsa un' intera sua rivoluzione, trattandosi di Mercurio, non s' avanza di più la Terra in B per circa giorni 27, e se, scorse due intere rivoluzioni, trattandosi di Venere, non s' avanza di più la Terra in B per circa giorni 132.

COROLLARIO IV.

128. Quindi il sito della terra nella sua orbita in ogni principio di retrogradazione d' un pianeta inferiore neppure è costante, ma va anche sempre avanzandosi dall' occidente verso l' oriente,

AV.

A V V E R T I M E N T O I I I .

129. Si noti che ciò, che s'è detto nel § 121 relativamente alli pianeti superiori, si deve intendere anche relativamente alli pianeti inferiori.

A V V E R T I M E N T O I V .

130. Si dovrebbe qui soggiugnere il modo di determinare il punto, in cui un pianeta diviene stazionario; ma dal ciò insegnare ci asteniamo, per non intertenerci in una determinazione, che neppure ci somministra una sufficiente approssimazione; determinandosi tale punto nella supposizione che le orbite sieno circolari, concentriche, nel medesimo piano, e col Sole nel centro comune; vale a dire in una supposizione, che non concorda affatto colla natura. Del resto quando siamo curiosi di sapere in qual punto accade la stazione d'un pianeta, e per quanto tempo, si può ricorrere all'Efemeridi, dove si hanno giorno per giorno le longitudini del Sole, e conseguentemente della Terra, e de' pianeti. Così nel corrente anno 1783 coll'ajuto dell'Efemeridi di Bologna conosciamo essere stazionario Saturno dal 17 d'Aprile fino al giorno 25, e dal 5 di Settembre fino al giorno 13; apparendo Saturno dal 17 d'Aprile fino al giorno 25

25 sempre nel 12° . 25' di capricorno, scorrendo la Terra intanto dal 27° . 17' di Libra fino al 5° . 5' di scorpione; e apparendo Saturno dal 5 di Settembre fino al giorno 13 sempre nel 5° . 49' di capricorno, e scorrendo intanto la Terra dal 12° . 40' di pesce fino al 20° . 27'.

A V V E R T I M E N T O V .

131. Si noti finalmente che procederemo ora innanzi con supporre sempre astronomicamente dimostrato essere il Sole immobile nel suo sito, e la Terra in moto giornalmente intorno al proprio asse, e annualmente intorno al Sole; 2 essere le orbite de' pianeti ellittiche, e avere ognuna il Sole in uno de' fuochi, trattandosi di pianeti primarij, ed il pianeta primario, trattandosi di pianeta secondario; e 3 finalmente essere in ogni orbita le arce relativamente al Sole, trattandosi di pianeti primarij, e relativamente alli pianeti primarij, trattandosi di pianeti secondarij, proporzionali ai tempi.

C A P. VI.

*Si stabiliscono le forze , per le quali
i pianeti si muovono nelle
proprie orbite .*

DEFINIZIONE I.

132. Chiamiamo *forza di proiezione* quella , che fa azione su d' un corpo una sola volta , senza più replicarla , e vi fa azione nel solo momento , in cui il corpo incomincia a muoversi .

DEFINIZIONE II.

133. Si dice *forza centrale* quella , che in ogni momento replica la sua azione su d' un corpo , e la replica sempre per direzione procedente costantemente da un determinato punto .

DEFINIZIONE III.

134. Relativamente a una forza centrale si dice *centro delle forze* il punto determinato , da cui procedono le direzioni , secondo le quali tale forza replica sempre le sue azioni .

DE.

DEFINIZIONE IV.

135. Una forza centrale si chiama *forza centripeta* , se in ogni sua azione spigne il corpo verso il centro delle forze , e *forza centrifuga* , se lo spigne non verso il centro delle forze , ma per direzione opposta .

T E O R E M A I.

136. Un corpo , che si muove in uno spazio libero spinto da una sola forza , o che tale forza faccia azione una sola volta , o che replichi la sua azione in ogni istante di tempo , si deve muovere per una linea retta , e tale moto deve essere equabile nel primo caso , e variabile nel caso secondo .

DIMOSTRAZIONE.

Se la forza fa azione sul corpo una sola volta , si deve il corpo in tale caso muovere per la direzione , secondo la quale riceve l' azione , senza potere alterare nè tale direzione , nè la velocità impressa dalla forza . Onde il moto di tale corpo deve essere per una linea retta , ed equabile .

Se poi la forza replica in ogn' istante la sua azione ; in tale caso da istante ad istante si deve alterare la velocità del corpo , ma non la direzione . Perchè , avendo nel primo

Tom. III.

G

mo

mo istante la forza fatta azione secondo la direzione, per cui si muove il corpo nell'istesso istante, non v'è ragione, per cui nel secondo istante non debba farla per la medesima direzione. Onde nel secondo istante deve il corpo proseguire il moto con diverso grado di velocità, ma per la medesima direzione, per cui s'è mosso nel primo istante. L'istesso deve accadere negli altri seguenti istanti. Sicchè in questo caso il moto del corpo deve essere per una linea retta, ma variabile. Ch'è quanto bisognava dimostrare.

COROLLARIO I.

137. Quindi un corpo, acciò in uno spazio libero si possa muovere per una curva, deve essere spinto non da una, ma da più forze insieme.

AVVERTIMENTO I.

138. Esaminiamo intanto quali, e quante forze debbono concorrere, acciò un corpo possa in uno spazio libero descrivere una curva. Perciò contraffegni ABCD, ec. la curva, per cui si muova un corpo in uno spazio libero, avendo incominciato il suo moto da A; e contraffegnino AB, BC, CD, ec. gli elementi di tale curva, che il corpo corre in istanti di tempo infinitamente

te piccioli, ed uguali; si potranno tali elementi prendere senza errore sensibile per linee rette. Avendo il corpo nel primo istante corso l'elemento AB; se in B non ricevesse nuova azione, supposta prolungata AB in M, finchè sia $MB = BA$, correrebbe nel secondo istante BM. Ma corre BC. Dunque, supposta congiunta CM, e supposto fatto il parallelogrammo MQ, deve il corpo in B ricevere nuova azione per BQ, e tale da farli correre BQ nell'istesso istante, che correrebbe BM col moto ricevuto nel primo istante, e che corre BC a cagione dell'istesso moto, e della nuova azione. Similmente se il corpo in C non ricevesse altra nuova azione; supposta prolungata BC in N, finchè sia $NC = CB$, correrebbe nel terzo momento CN. Ma corre CD. Sicchè, supposto fatto il parallelogrammo NR, deve il corpo in C ricevere altra nuova azione per CR, e tale da farli correre CR nell'istesso istante, che correrebbe CN col moto, che aveva nell'istante antecedente, e che corre effettivamente CD a cagione dell'istesso moto, e dell'altra nuova azione. L'istesso deve accadere in ogni altro istante di tempo. Quindi il corpo in descrivere la curva ABCD, ec. è animato da una forza, che in ogn'istante replica la sua azione, e tali azioni le replica per le direzioni BQ, CR, ec. diverse da quelle, per le quali il corpo corre ne' medesimi istanti. Or tale

forza non può sola nel primo istante con una sua azione far muovere il corpo per AB; altrimenti per una forza sola il corpo si potrebbe muovere per una curva, il che ripugna (§ 137). Faccia dunque tale forza azione nel primo momento per AP; e sia AP lo spazio, che dovrebbe correre il corpo nel primo istante per sì fatta azione. Correndo intanto il corpo in tale istante effettivamente AB; ne segue, supposta congiunta PB, e supposto fatto il rettangolo PL, che il corpo nel primo momento viene spinto ancora da un'altra forza, la cui direzione, ed efficacia viene espressa da AL; la quale forza dopo il primo istante non replica più la sua azione.

COROLLARIO II.

139. Sicchè un corpo, che in uno spazio libero descrive una curva, viene spinto da due forze, una di proiezione, che fa azione nel solo primo momento, in cui il corpo incomincia a muoversi, e un'altra, che va in ogn'istante replicando la sua azione; e tali azioni le replica per direzioni diverse da quelle, per le quali il corpo ne' medesimi istanti si muove.

COROLLARIO III.

140. E perciò, se la forza, che in ogn'istante

istante replica la sua azione sul corpo, che si muove per una curva, è diretta sempre in rette procedenti da un punto; il corpo descrive in tale caso una curva per due forze, una di proiezione, e l'altra centrale; e tale forza centrale sarà forza centripeta, se le azioni sue saranno sempre dirette verso il centro delle forze, e centrifuga, se saranno dirette in parti opposte; e di più la curva sarà concava verso il centro delle forze nel primo caso, e convessa nel caso secondo.

AVVERTIMENTO II.

141. Si noti che, derivando il moto d'un corpo per una curva ABCD, ec. dall'efficacie delle due dette forze, dall'angolo, che formano le direzioni di esse, e dalla legge, secondo la quale procedono le azioni di quella, che in ogni istante le replica; si deve tale curva variare o di posizione, o di grandezza, o d'indole, o di più di sì fatte circostanze col variarsi una, o più delle dette cose, e all'opposto. Spetta al Geometra definire le anzi dette cose, data la curva, e definire l'indole della curva, date le anzi dette cose.

AVVERTIMENTO III.

142. Da quanto s'è fin qui detto si rileva

leva che se sul corpo, che si muove per la curva ABCD, ec., animato da forza centripeta, cessasse in un punto C di sì fatta curva di fare azione la forza centripeta, il corpo correrebbe dal punto C per la direzione CN, tangente la curva in C, non perchè verrebbe spinto da forza centrifuga, ma perchè mancherebbe in C l'azione della forza centripeta, che l'obbliga a mutare direzione. Onde è errore di coloro, che credono che, se la forza centripeta sforza il corpo, che si muove per una curva, concava verso il centro delle forze, a descrivere la curva, una ugual forza centrifuga lo sforza in qualunque punto per la tangente della curva nel medesimo punto; essendo tale sforzo non effetto di forza centrifuga, ma della forza acquistata dal corpo fino al medesimo punto, e forza, che lo spigne per la direzione della tangente della curva nell'istesso punto. E se la mano, che gira un corpo con una fionda, sente in ogni momento uno sforzo, ciò deriva, perchè essa in ogni momento deve sforzare il corpo a girare per la curva, e deve conseguentemente in ogni momento sperimentare una reazione uguale all'azione. Premesse intanto tali cose venghiamo al

T E O R E M A II.

Fig. 9.
e 10.143. Si muova un corpo in uno spazio li-
bero

bero spinto in A da due forze per due diverse direzioni AT, AS, una di proiezione per la direzione AT, e l'altra centrale, che in ogni istante replichi la sua azione per direzione procedente sempre dal centro S delle forze. Dico che tale corpo, qualunque sia la legge della forza centrale, descrive una curva esistente nel piano dell'angolo TAS, e concava, o convessa per rispetto di S, secondochè la forza centrale è centripeta, o centrifuga, e che le aree relativamente al punto S sono proporzionali ai tempi.

D I M O S T R A Z I O N E.

S'intenda essere AL lo spazio, che correrebbe il corpo nel primo istante per la sola forza di proiezione, e AP quello, che correrebbe per la sola forza centrale. Si supponga fatto il parallelogrammo PL, e tirata in esso la diagonale AB; dinoterà AB lo spazio corso dal corpo nel primo istante. S'intenda in oltre prolungata AB in M, finchè sia $MB = AB$. Dinoterà BM lo spazio, che correrebbe il corpo nel secondo istante, se in B non replicasse la forza centrale la sua azione. Si supponga congiunta la retta BS, ed essere BQ lo spazio, che nel secondo istante dovrebbe il corpo correre per la nuova azione della forza centrale. Supposto fatto il parallelogrammo QM, e tirata in esso la diagonale BC, dinoterà

G 4

BC

BC lo spazio corso dal corpo nel detto secondo istante. Similmente si supponga prolungata BC in N, finchè sia $NC = BC$. Dinoterà CN lo spazio, che correrebbe il corpo nel terzo istante, se in C la forza centrale non replicasse di nuovo la sua azione. Si supponga pure congiunta la retta CS, ed essere CR lo spazio, che nel terzo istante dovrebbe il corpo correre per la nuova azione della forza centrale. Supposto fatto il parallelogrammo RN, e tirata in esso la diagonale CD, dinoterà CD lo spazio corso dal corpo nel terzo istante. Dell'istesso modo procedendo innanzi s' avranno le altre linee dinotanti gli spazj, che il corpo anderà successivamente correndo negli altri istanti di tempo.

Or gli spazj AB, BC, CD, ec., corsi dal corpo successivamente in uguali istanti di tempo, sono linee infinite piccole, e in direzioni diverse. E perciò la linea ABCD, ec. descritta dal corpo è linea curva, avendo ognuna delle sue parti infinitamente piccole fuori della direzione della sua vicina.

In oltre essendo il parallelogrammo PL nel piano dell'angolo TAS, nel medesimo piano è anche la sua diagonale AB, e conseguentemente il punto B. Onde nell'istesso piano sono pure BM, BQ, e conseguentemente BC. Similmente si dimostra che ogni altro elemento della curva ABCD, ec. è nel

è nel piano dell'angolo TAS. Sicchè nel piano del detto angolo è l'intera curva ABCD, ec., che descrive il corpo.

Finalmente, supposto tirate le rette SM, SN, avendo i triangoli ASB, BSM le basi AB, BM uguali, e l' vertice comune in S, faranno tali triangoli tra essi uguali. Sono di più uguali i triangoli BSM, BSC, per avere la base comune BS, ed essere racchiusi tra le parallele BS, MC. Dunque i triangoli, o sieno le aree ASB, BSC, corrispondenti agli archetti AB, BC descritti in uguali istanti di tempo, sono tra esse uguali. Similmente si dimostra essere le aree BSC, CSD, corrispondenti agli archetti BC, CD descritti pure dal corpo in uguali istanti di tempo, tra esse uguali; e così procedendo innanzi. Per la qual cosa la curva ABCD descritta dal corpo, concava o convessa per rispetto di S, seconchè la forza centrale è centripeta, o centrifuga, ha relativamente al punto S le aree corrispondenti ai suoi diversi archi proporzionali ai tempi, ne' quali sono i medesimi archi corsi. Ch'è quanto bisognava dimostrare.

T E O R E M A III.

144. Si muova un corpo in uno spazio libero per la curva ABCD, ec., concava o convessa relativamente al punto S, e sieno le aree rela-

relativamente all' istesso punto S proporzionali ai tempi. Dico essere il corpo spinto in ogni momento da una forza centrale, ed essere S il centro delle forze.

DIMOSTRAZIONE.

S' intendano essere AB, BC due archetti infinitamente piccioli, che il corpo corre in due istanti uguali, e suffecutivi; saranno, supposte congiunte le rette SA, SB, SC, le aree ASB, BSC uguali. S' intenda in oltre prolungato l'elemento AB in M, finchè sia $MB = AB$; farà, supposta congiunta SM, il triangolo BSM uguale all' area ASB, e conseguentemente uguale all' area BSC. E perciò, supposta congiunta CM, farà CM parallela a BS. Or dinotando AB lo spazio corso dal corpo in un istante, dinoterà BM quello, che correrebbe nell' istante seguente, se non ricevesse il corpo in B nuova azione. Ma corre BC in tale istante. Dunque il corpo in B riceve una nuova azione secondo la direzione della retta parallela a CM, e conseguentemente secondo la direzione della retta BS, procedente da S. Similmente si dimostra che in ogni altro istante la forza, che replica la sua azione sul corpo, la replica sempre per direzione procedente dal punto S, relativamente a cui le aree sono proporzionali ai tempi. Sicchè il corpo in descrivere la curva ABCD,

ec.

ec. è animato da una forza centrale, ed S è il centro delle forze. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

AVVERTIMENTO.

145. Si noti che la detta forza centrale è forza centripeta, se la curva ABCD, ec. è concava relativamente ad S, e centrifuga, se è convessa.

COROLLARIO I.

146. Descrivendo ellisse ogni pianeta primario intorno al Sole immobile in uno de' fuochi di essa, e ogni pianeta secondario intorno al suo primario, esistente pure in uno de' fuochi di essa; ed essendo le aree relativamente al Sole, trattandosi di pianeta primario, e relativamente al pianeta primario, trattandosi di secondario, proporzionali ai tempi: ne segue essere animato da una forza centripeta ogni pianeta primario verso del Sole, e ogni pianeta secondario verso il suo primario.

COROLLARIO II.

147. Quindi due forze sono concorse al moto d' ogni pianeta per la sua orbita, una di proiezione, che ha fatto azione nel solo primo momento, in cui l' Autore della natura

tura l' ha posto in moto, e l'altra centripeta, che, replicando in ogni istante sempre la sua azione, fa che nello spazio libero perennemente si muova per la sua orbita.

C A P. VII.

Della legge, che osserva ogni pianeta in girare per la propria orbita relativamente alla velocità, e della ragione, che hanno le velocità di due pianeti in due punti qualunque delle proprie orbite, qualora queste vengono descritte intorno all'istesso centro delle forze.

DEFINIZIONE

Fig. II. 148. Contrassegnisi l'ellisse ANPQ l'orbita di qualunque pianeta, e sieno di tale ellisse AP l'asse maggiore, e l'fuoco S il centro delle forze. Se in S v'è, o vi si suppone la terra, in tale caso si dicono *apogeo* il punto A, e *perigeo* il punto P; se poi v'è il Sole, o altro pianeta primario, diverso dalla terra, in tale altro caso si dicono *afelio* il punto A, e *perielio* il punto P.

AV.

AVVERTIMENTO.

149. Si noti che gli Astronomi in abbandonare il sistema volgare della terra quieta, hanno amato di ritenere il linguaggio di coloro, che l'hanno seguito, per evitare la confusione, che ne potrebbe nascere dal modo di spiegarli degli uni col modo di spiegarli degli altri. A tal fine riferiscono il moto annuo della terra al Sole, niente importando che il moto reale dell'una sia considerato come moto apparente dell'altro; e, contrassegnando con ANPQ l'orbita terrestre, e con S il Sole, in vece di considerare, e calcolare il moto vero della terra pel perimetro di sì fatta orbita, essendo il Sole in S, considerano, e calcolano il moto apparente del Sole pel medesimo perimetro, supponendo la terra non nel fuoco S, ma nell'altro fuoco dell'istessa orbita. Quindi chiamano *apogeo* del Sole il punto P, al quale viene riferito, trovandosi la terra nel suo *afelio* A, e *perigeo* il punto A, al quale viene riferito, trovandosi la terra nel suo *perielio* P. Per la qual cosa il luogo dell'*apogeo* del Sole è il punto dell'eclittica, al quale apparisce il Sole corrispondere, quando la terra è nel suo *afelio* A, vale a dire alla massima distanza dal Sole. Similmente il luogo del *perigeo* del Sole è il punto dell'eclittica, al quale apparisce il

Sa.